نویسنده و ریاضیدان صبور پارسی

اسماعیل اسدی
دانشگاه تحصیلا ت تکمیلی علوم پایه، گاوازنگ، زنجان و دانشگاه براک، سن کاترین، کانادا
easadi@iasbs.ac.ir
نامه علوم پایه شماره ۱۴، پاییز و زمستان ۱۴۰۳

چکیده

«باید میوه‌های شاخه‌های پایین درختان جنگل را نادیده گرفت، نباید گذاشت که این میوه‌ها ما را فریب دهند و از شاخه‌های بالاتر غافلمان کنند.» به راستی چه سرزمینی است که ظاهر و باطن میوه‌های درختان جنگلش را باید بر اساس «نیستی و هستی» یا «فراز و پستی» آنها طبقه بندی کرد و برای رسیدن به میوه‌های رسیده، هست شده، شاخه‌های «فراز» درختانش، از میوه‌های شاخه‌های «پستی» مستانه صرف نظر کرد. این متن کنکاشی است بر علم ورزی نویسنده و ریاضیدان پارسی معاصر مریم میرزاخانی و البته نیم نگاهی بر شواهد مشابهی که مشاهیر علمی و ادبی من جمله خیام، خوارزمی، مولانا، حافظ و البته معاصرین می‌توانسته‌اند مصداق سربه سر شدن هفت‌هزارسالگان با آن داشته باشند.

کلید واژگان: خیام، مریم میرزاخانی، معادله کی دی وی، حیرانی لحظه‌ای، حیرانی تاریخی

۱. میوه‌های درختان جنگل خوارزم

"باید میوه‌های شاخه‌های پایین درختان جنگل را نادیده گرفت، نباید گذاشت که این میوه‌ها ما را فریب دهند و از شاخه‌های بالاتر غافلمان کنند".

این جملات در مصاحبه‌ای [۳۱] در سال ۲۰۰۷ که ریاضی دان پارسی با ترنس تائو استاد برجسته ریاضیات دانشگاه استنفورد و فیلدز مدالیست داشت بیان شده است. در تاریخ ایران و ادبیات فارس نشانه‌ها و شواهدی برای یافتن ریشه این نگاه دینامیکی قابل مشاهده است. یکی از این نشانه‌ها را عمر خیام فیلسوف، نویسنده و ریاضیدان در قرن دهم میلادی سروده است:

من ظاهر نیستی و هستی دانم
من باطن هر فراز و پستی دانم
با این همه از دانش خود شرمم باد
گر مرتبه‌ای ورای مستی دانم

به راستی چه سرزمینی است که ظاهر و باطن میوه‌های درختان جنگل را باید بر اساس «نیست و هستی» یا «فراز و پستی» آنها طبقه بندی کرد و برای رسیدن به میوه‌های رسیده، هست شده، شاخه‌های «فراز» درختانش، از میوه‌های شاخه‌های «پستی» مستانه صرف نظر کرد و از این که حتی بعد از رسیدن به آن فراز، میوه‌ای یافت نشود، نیست شده، ناامید نشد و به دنبال درخت دیگر شاید در جنگلی دیگر بود.

نشان دیگر را مولانا جلال الدین در *فیه ما فیه* درقرن دوازدهم میلادی به زیبایی و بگونه‌ای دیگر آدرس می‌دهد، آن هم چه

فرهنگ واژگان

معادله کی‌دی‌وی (Korteweg-De Vries (KDV)): یک معادله دیفرانسیل غیرخطی مشهور است که برای حرکت امواجی را نشان می‌دهد که بدون تغییر شکل یا از دست دادن انرژی، مسافت‌های طولانی را طی می‌کنند (که به آن‌ها سولیتون می‌گویند). قدرت اصلی این معادله در ایجاد تعادل بین دو پدیده متضاد غیرخطی بودن (که باعث تیز شدن موج می‌شود) و پاشندگی (که باعث پخش شدن موج می‌شود).

ناوردا (Invariant): ویژگی یا کمیتی از یک شکل یا فضا گفته می‌شود که با وجود اِعمال یک سری تبدیلات (مثل چرخش، انتقال، مقیاس‌گذاری یا حتی خم کردن)، بدون تغییر باقی می‌مانند.

امواج سالیتوتی (Soliton Waves): امواجی هستند که بدون تغییر شکل یا از دست دادن انرژی، مسافت‌های طولانی را طی می‌کنند.

موج تنها (Solitary Wave): نوعی موج ویژه است که برخلاف امواج معمولی، هنگام حرکت شکل و سرعت خود را حفظ می‌کند و حتی پس از برخورد با موجی دیگر، بدون تغییر از آن عبور می‌کند.

موج انتقالی (Translatory Wave): که گاهی به آن «موج جابه‌جایی» نیز می‌گویند، نوعی حرکت موجی در سیالات (مثل آب) است که در آن ذرات سیال به همراه موج در مسیر حرکت جابه‌جا می‌شوند.

آدرسی، آدرس شهر ابوجعفر محمد بن موسی خوارزمی ریاضی‌دان مشهور زیسته در قرن هشتم. این که:

شخصی گفت در خوارزم شاهدان بسیارند چون شاهدی ببینند و دل برو بندند بعد ازو، ازو بهتر بینند؛ آن بر دل ایشان سرد شود. فرمود اگر بر شاهدان خوارزم عاشق نشوند آخر بر خوارزم عاشق باید شدن که درو شاهدان بی‌حدند.

در این ادبیات و تاریخ البته شاید نشانه‌ها و شواهدی برای عدم

تایید آن هم زیاد باشد و بر نشستن ایستاگونه و نه دینامیکی و تماشای صرف حرکت جهان [۱] تاکید کند، چنانکه مثلا حضرت حافظ می‌فرماید:

بنشین بر لب جوی و گذر عمر ببین
کاین اشارت ز جهان گذران، ما را بس

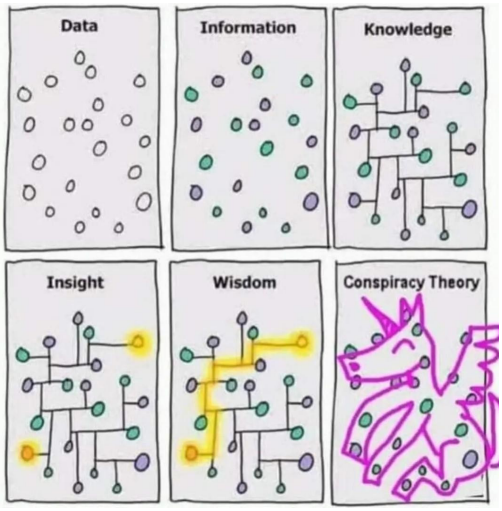
نقد بازار جهان بنگر و آزار جهان
گر شما را نه بس این سود و زیان ما را بس

یار با ماست، چه حاجت که زیادت طلبیم؟
دولت صحبت آن مونس جان ما را بس

با این حال حافظ لسان الغیب شاید در این نشستن و نگریستن بعدی را آگاهانه پنهان می‌دارد، غیب می‌دارد، بعد زمان، زمان خوانش. تو گویی در فلسفه حافظ، همه چیز درهم هست، خود فالت ببین، الان می‌خواهی سخت کوزه گری کن و فردا بنشین، کوزه می در دست، حیران به تماشای نقد جهان. به واقع شاید این نشستن و نگریستن نه در این مرحله تلاش و زیاده خواستن و قانع نشدن به چیدن میوه‌های پایین درخت، بلکه در مرحله کمون، به تعبیر ریاضیدان معاصر هادامارد[1] (۱۹۶۳–۱۸۶۵) هست که معنادار می‌شود. حال سوال این است: آیا چنان نگاه دینامیکی به کشف و شناخت‌شناسی و علم‌ورزی، نشان، سابقه‌ای و ریشه‌ای تاریخی، تاریخ علم گذشته یا معاصر و مدرنی دارد؟

در تاریخ علم، تالس با سفرهای خود به مصر و بین‌النهرین و در بازگشت به یونان در واقع اساس علم ریاضیات را بنا نهاد. او در واقع با مشاهده دقیق و برداشت مجرد از فعالیت‌های عملی مصریان و ترکیب آن با تفکر استدلالی یونانیان انقلابی در تفکر بشر بوجود آورد. به واقع قانع نبودن به میوه‌های شاخه‌های پایین درختان جنگل و فعالیت‌های عملی که منفعت آن مشخص باشد و پرداختن به کاری سخت‌تر با دستاوردهایی نامطمئن خود می‌تواند شاهدی تاریخی بر تفکر شناختی مصاحبه شونده باشد [۷].

در تاریخ معاصر هم شاید اولین کسی که شناخت‌شناسی علمی را به لحاظ روان شناسی مورد بحث قرار داد و مخصوصا در حوزه ریاضی، هادامارد بود. به واقع در اینکه میوه‌های درختان جنگل خوارزم در چهارگانه پاییز و زمستان و بهار و تابستان رشد و نمو و گل و بازیابی می‌شوند، می‌تواند برای درک ایده هادامارد مفید باشد. هادامارد، در کتابش [۸] "*روانشناسی ابداع در علوم ریاضی*"با استفاده از تجربه شناخت شناس پوانکاره روند ابداع را به چهار قسمت تقسیم کرد: آماده سازی[2]، دوره کمون[3]، الهام[4] و تصدیق[5]. می‌توان فصول سال را با ترتیب نامعمول پاییز–زمستان–بهار–تابستان را با دوره‌های بالا (آماده سازی، دوره کمون، الهام، تصدیق) با همین ترتیب، یکسان سازی کرد. به زبان داده پردازی، این مراحل را می‌توان چنین دید. مرحله اول آماده سازی را شاید تا شکل چهارم در تصویر زیر در نظر گرفت:



یعنی جمع آوری داده‌ها، اطلاعات و دانسته‌های مورد نظر و البته بینش‌های عمیق از مسئله. مرحله سوم، الهام، درواقع یافتن ترکیب مناسب از پل‌های قابل ارزیابی برای رفتن از تصویر چهار به پنج است در تصویر. شاید بتوان گفت تالس هم سه مرحله اول شکل بالا یعنی جمع‌اوری داده‌ها، اطلاعات و دانسته‌های مورد نظر را از مصریان فرا گرفت و با بینش عمیق از آنها که ناشی از تفکر یونانی بود ترکیب کرد و با هوشمندی به آن شکل علمی بخشید و الخ.

هادامارد می‌گوید که ترکیبات مختلف و پراکنده در ذهن مانع از دیدن راه حل مسئله می‌شود. این موانع شاید بر اثر کار زیاد و آماده‌سازی زیاد باشد. با کنار گذاشتن موقت و استراحت (کمون)، آن ترکیبات ناخودآگاهانه تقلیل پیدا می‌کنند به چند ترکیب ساده که همان‌هایی است که به حل منجر می‌شود (اثبات). شاید فرایند سودایی که مولانا در دیوان شمس از آن دم می‌زند، همین ترکیبات بی در و پیکر و بی‌نظمی باشد که در فرایند حل مسئله وجود دارد و برای رهایی از آن مرحله کمون لازم می‌شود تا گرد و غبارها فرو نشیند و آب‌ها از آسیاب بیفتد. در واقع فرایند سودایی و مصرانه برای رسیدن به حقیقت زیبا (اثبات)،چه دانم‌های بسیار و چالش‌های روبرو و امواج متعدد است که ذهن را پراکنده یا دهان را بسته نگه می‌دارد:

چه دانستم که این سودا مرا زین سان کند مجنون
دلم را دوزخی سازد دو چشمم را کند جیحون

چه دانستم که سیلابی مرا ناگاه برباید
چو کشتی‌ام دراندازد میان قُلْزُم پرخون

1. Jacques Hadamard
2. Preperation
3. Incubation
4. Illumination
5. Verification

زند موجی بر آن کشتی که تخته‌تخته بشکافد
که هر تخته فروریزد ز گردش‌های گوناگون

نهنگی هم برآرد سر، خورد آن آب دریا را
چنان دریای بی‌پایان، شود بی‌آب چون هامون

شکافد نیز آن هامون، نهنگ بحرفرسا را
کشد در قعر ناگاهان به دست قهر چون قارون

چو این تبدیل‌ها آمد نه هامون ماند و نه دریا
چه دانم من دگر چون شد که چون غرق است در بی‌چون

چه دانم‌های بسیار است لیکن من نمی‌دانم
که خوردم از دهان‌بندی در آن دریا کفی افیون

سلسله سیلاب و کشتی و موج و نهنگ و آب هامون و الخ می‌توانند مثال‌هایی باشند از خیال‌های متعددی که همدیگر را می‌خورند چنانکه مولانا جای دیگر می‌گوید:

هر خیالی را خیالی می‌خورد
فکر آن فکر دگر را می‌چرد
تو نتانی کز خیالی وا رهی
یا بخسپی که از آن بیرون جهی

تو گویی مولانا هم خیال حل مسئله‌ای را داشته است و ضمنی می‌دانسته است که مرحله کمون چیست و الخ.

همان طوری که قبلا بیان شد، اگر زوم اوت کنیم و بعد زمان را هم در اشعار حضرت حافظ در نظر بگیریم، می‌شد این مرحله کمون را در اشعار او هم یافت، در اینکه گاهی زیادت نطلبیم، یار با ماست، کافیست بنشینیم بر لب جوی و می در دست و یار در بر گذر عمر کنیم. به تعبیری، حضرت حافظ هم تو گویی بعد از تلاش بسیار، ره به جایی نبرد و نتوانست مسئله را حل کند، خیال کرد که لختی فرو بگذارد سخت جهان را و فقط غنیمت بشمارد صحبت مونس جان را:

خواهی که سخت و سست جهان بر تو بگذرد
بگذر ز عهدِ سست و سخن‌هایِ سختِ خویش

خیلی بی‌راه نیست که پوانکاره بزرگ[1] (۱۹۱۲–۱۸۵۴)، اسکر دایجسترا[2] (۲۰۰۲–۱۹۳۰) و دیگران تجربه مشابهی داشتند. پوانکاره [۱۹، ۸]، ریاضیدان معروف و بزرگ معاصر، همچون حافظ هم به نقد بازار جهان به سفر تفریحی رفت و هم صحبت مونس جان شد که:

«من می‌خواستم این توابع را به صورت خارج قسمت دو سری نمایش دهم؛ این ایده کاملاً آگاهانه و عمدی بود؛ قیاس با توابع بیضوی راهنمای من بود. از خودم پرسیدم اگر این سری‌ها وجود داشته باشند، چه خواصی باید داشته باشند و بدون مشکل در تشکیل سری‌هایی که تتافوخسی نامیده‌ام، موفق شدم. در این زمان، من کان را ترک کردم، جایی که در آن زندگی می‌کردم، تا به یک سفر زمین‌شناسی تحت نظارت مدرسه معادن بروم. حوادث سفر باعث شد کار ریاضی خود را فراموش کنم. پس از رسیدن به کوتانس، سوار اتوبوسی شدیم تا به جایی برویم. در لحظه‌ای که پایم را روی پله گذاشتم، این ایده به ذهنم خطور کرد، بدون اینکه هیچ چیز در افکار قبلی‌ام راهی برای آن هموار کرده باشد، که تبدیلاتی که برای تعریف توابع فوخسی استفاده کرده بودم با تبدیلات هندسه غیر اقلیدسی یکسان بودند. من این ایده را تایید نکردم؛ زیرا وقتی روی صندلی اتوبوس نشستم، به ادامه مکالمه‌ای که قبلاً شروع شده بود، پرداختم. اما یک اطمینان کامل داشتم. پس از بازگشت به کان، نتیجه را با آرامش تصدیق کردم.»

در سال ۱۹۵۶، اسکر دایجسترا ریاضیدان، علوم کامپیوترسیتی (برنده جایزه تورین در سال ۱۹۷۲) که رشته‌اش از فیزیک نظری به توصیه فان وانگاردن[3] (۱۹۸۷–۱۹۱۹) که در آن زمان رئیس دانشکده محاسبات مرکز ریاضیات در آمستردام بود به آن تغییر داده بود [۱۷]، الگوریتمی کلاسیک مسیریابی ابداع کرد در حالی که در کافه‌ای در آمستردام هم صحبت مونس جان بود. بد نیست بدانیم الگوریتم دایجسترا چه نقش مهمی در نقشه گوگل و از اینجا در تکنولوژی‌های مرتبط بازی میکند. باز جالب است بدانیم که همه الگوریتم یک جا در ذهنش نقش بست. خودش می‌گوید:

«بدون کاغذ و مداد، احتمالا مجبور می‌شوید از همه پیچیدگی‌های اجتناب پذیر اجتناب کنید!»

هادامارد توضیح می‌دهد که الهام بعد از مرحله کمون چگونه در ضمیر ناخودآگاه انسان شکل می‌گیرد. مولانا به چه زیبایی این هر دو مرحله را در یکجا در لابلای قصه پیل در تاریکی بیان می‌کند

خود چه جای حد بیداریست و خواب
دم مزن والله أعلم بالصواب
دم مزن تا بشنوی از دم‌زنان
آنچ نامد در زبان و در بیان
دم مزن تا بشنوی زان آفتاب
آنچ نامد در کتاب و در خطاب
دم مزن تا دم زند بهر تو روح
آشنا بگذار در کشتی نوح

با این لحن مولانا، استر دایجسترا هم در واقع می‌گوید دم کاغذ و مداد را نبین، دستی که به مغز شلوغ متصل است، ممکن هست در آن لحظه خاص آدرس غلط بدهد، آن دم را بگذار کنار آن چیزی که قرار است بشنوی با کاغذ و مداد و بیان نا آمدنیست.

1. Edsger Wybe Dijkstra
2. Jules Henri Poincaré
3. A. van Wijngaarden

مرحله تصدیق یا فصل تابستان را می‌شود بیان دقیق و منطقی آنچه الهام شده است دید و متاع خویش نوشت تا که قبول افتد و که در نظر آید. در واقع بعد از مرحله الهام، تو گویی شمعی تازه روشن شده است که می‌شود جواب را یا راه حل را نوشت و با اطمینان بیشتری مسیر بیان آن را به دیگران نمایاند:

از نظرگه گفتشان شد مختلف
آن یکی دالش لقب داد این الف

در کف هر کس اگر شمعی بدی
اختلاف از گفتشان بیرون شدی

طی طریق چهارگانه هادامارد همیشه تکرار می‌شود، همچنان که فصول سال. با این حال مسئله، چشیدن و فهم میوه‌های همه درختان یک جنگل یا چند جنگل نیاز به شهود و دریافت ذره‌بینی دارد. ارسولا هامناستات[1] (۱۹۶۱-) [۲۸، ۲۹] می‌گوید که ریاضیدان پارسی ما می‌توانست در جهت‌های مختلف زوم این کند و زوم اوت[2]، طی طریق می‌کرد، می‌توانست از نقطه‌ای از جنگل برود به نقطه‌ای دیگر و بعد به طریقی چنان بالا برود که کل جنگل را ببیند.

شاید قبل از این که این بحث را ببندیم، جا دارد که تاملی کنیم در این دو مفهوم. ظاهرا هیچ ترجمه فارسی معناداری از این دو مفهوم مدرن زوم این و زوم اوت در دسترس نیست یا حداقل نویسنده بی‌خبر است. می‌شود با نزدیک نمایی یا بزرگنمایی دوربین‌های عکاسی یکی گرفت. از نگاه تفکر ریاضی مدرن شاید نزدیک‌ترین مفهوم به این دو، ویژه سازی و تعمیم[3] باشد [۱۸]. صرف نظر از واژه یابی برای این دو، با این حال در کلام مولانا می‌توان نشانی از این شناخت شناسی سراغ گرفت آنجا که در مثال معروف پیل در تاریکی از این دو به چشم حس و چشم دریا یاد می‌کند.

عرضه را آورده بودندش هُنود
پیل اندر خانه تاریک بود

از برای دیدنش مَردم بسی
اندر آن ظلمت همی‌شد هر کسی

دیدنش با چشم چون ممکن نبود
اندر آن تاریکیش کف می‌بِسود

همچنین هر یک به جزوی که رسید
فهم آن می‌کرد هر جا می‌شنید

چشم حس همچون کف دستست و بس
نیست کف را بر همه او دسترس

چشم دریا دیگرست و کف دگر
کف بهل وز دیده دریا نگر

به یک معنا، علم ورزی و آموزش علم شاید حرکتی هموار از چشم حس یافتن به چشم دریا نگریستن باشد. طی طریقی باید باشد از چشم حس به دست دادن تا چشم دریا پیدا کردن. مولانا شاید فقط نمی‌دانست حرکت دینامیکی هموار چیست. ایده و برنامه معروف کلاین [۳۹، ۳۸] در یکی دیدن همه هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی با استفاده از مفهوم تقارن در واقع چشم دریا پیدا کردن از تمام چشم حس‌هایی است که می‌شد به هر نوع هندسه خاص کرد که از دوره اقلیدس شروع شد و با گاوس-ریمان و لباچفسکی و بولای ادامه پیدا کرد.

مثال معروف فریمن دایسون[4] درباره قورباغه یا کبوتر [۳۷] که درباره نوع کار ریاضیدان‌ها یا فیزیکدان‌ها است هم شاید در همین راستا بشود تعبیر کرد. تعبیر مولانا به طور ضمنی مستلزم وجود حرکت هموار فردیست بین چشم حس و چشم دریا، درحالی که به طور ضمنی قورباغه کبوتر شدنی نیست و برعکس. فریمن دایسون خود می‌گوید من قورباغه طور هستم و البته شانسی داشتم که بستوویچ روسی قورباغه طور را که استادم بود و بعد هرمن ویل را در پرینستون دیدم که کبوتر طور بود. بودن همزمان هر دو نوع در یک گروه شاید خوشبختی بزرگیست برای آن گروه تحقیقاتی. در واقع وجود حرکت هموار بین دو تیپ در یک گروه مهم‌تر است تا به واسطه تیپ فردی. چشم‌های حس و چشم‌های دریا و حرکت هموار بین اینها و وجود آنها در کنار هم مشخصه دوران مدرن است. در دوران مدرن چشم حس را نمی‌توان کف بهل کرد.

زوم اوت و زوم این کردن (چشم حس و چشم دریا) هم درجاتی دارد در بین پرندگان. به واقع نمی‌توان تصور ساده‌ای در مثلا پرنده شدن داشت و صرف داشتن اراده پرنده شدن، آن را شدنی فرض کرد. پرندگان همیشه منبع مناسبی برای شناخت شناسی انسانی داشته‌اند همچنان که فریمن دایسون متذکر شده است. مولانا باز در جای دیگری نگاه معناداری به این تشبیه پرندگانی و درجات آن دارد، شاید اگر فریمن دایسون از این اشعار مولانا خبر داشت، مقاله دیگری می‌نوشت در تعمیق مطلب قبلی‌اش:

منطق‌الطیر سلیمانی بیا
بانگ هر مرغی که آید می‌سرا

چون به مرغانت فرستادست حق
لحن هر مرغی بدادستت سبق

مرغ جبری را زبان جبر گو
مرغ پر اشکسته را از صبر گو

مرغ صابر را تو خوش دار و معاف
مرغ عنقا را بخوان اوصاف قاف

1. Hamenstadt, Ursula
2. Zoom in and Zoom out
3. Specialization and generalization
4. Freeman John Dyson

مر کبوتر را حذر فرما ز باز
باز را از حلم گو و احتراز

وان خفاشی را که ماند او بی‌نوا
می‌کنش با نور جفت و آشنا

کبک جنگی را بیاموزان تو صلح
مر خروسان را نما اشراط صبح

هم‌چنان می‌رو ز هدهد تا عقاب
ره نما والله اعلم بالصواب

در غزل ورزی و ادبیات عزل، اما شاید مسیر حرکت برعکس باشد از چشم دریا به چشم حس با انحنا و تابی غیر صفر. اینکه چرا قصه‌ای که با خنده و چشم دریا و باغچه و سیب شروع می‌شود ولی مجنون قصه در نهایت از اینکه باغچه کوچکشان سیب نداشت:

تو به من خندیدی و نمی‌دانستی
...
و من اندیشه‌کنان غرق در این پندارم
که چرا باغچه کوچک ما سیب نداشت
شاکیست به همین حقیقت برمیگردد.

جالب این است که این فقط مجنون نیست که شاکیست، لیلی هم شاکیست و با پرسش‌های دیگری دنبال فهم دلیل غیر صفر بودن خمیدگی مسیر حرکت چشم دریا به چشم حس است:

من به تو خندیدم
چون که می‌دانستم
...
و من اندیشه‌کنان غرق در این پندارم
که چه می‌شد اگر باغچه خانه ما سیب نداشت

اینکه شمعی در دست باشد یا نباشد، اینکه ذره بینی باشد که زوم این کنیم و زوم اوت، اینکه تلسکوپی باشد که کهکشان ببینیم یا هیچ کدام در دسترس نباشد اما با قوانین ریاضیات و با زوم این و زوم اوت کردن بفهمیم که کجا چه خبر است یا چه خبر می‌تواند بدهد جای بسی تامل و تفکر دارد اینکه برهمکنش امواج چشم سر، چشم حس و چشم دریا و گستره نمود اینها دقیقا چیست یا قابل اندازه گیری است یا نه می‌تواند موضوع جالبی باشد.

۲. حیرانی لحظه‌ای یا تاریخی

ریاضی‌دان پارسی ما در مصاحبه‌ای دیگر با موسسه کلی، در پاسخ به این سوال که به نظر شما در علم‌ورزی چه چیزی رضایت بخش‌تر و سازنده‌تر است، پاسخ می‌دهد که:

« به نظر من آن لحظه که می‌گویی «آها!» و هیجان حل، کشف و درک چیزی جدید را حس می‌کنی؛ درست مثل این است که به بالای تپه برسی و منظره پایین را به خوبی ببینی. ولی بیشتر به کوهنوردی طولانی می‌ماند که اصلاً قله‌ای برایش به چشم نمی‌خورد.»

به عبارت دیگر، هیجان رسیدن به لحظات درک حقایق نامنتظر یا به تعبیر خود او «لحظات آها،» [۳۱] همانی است که حیرانی می‌آفریند و سوخت می‌دهد برای دیدن شاهد زیبای دیگر و چنین بی‌نهایت ادامه می‌یابد. و به نظر او، برای رسیدن به آن انگاری دو چیز لازم است: یکی اینکه از چیدن میوه‌های شاخه‌های پایین باید صرف نظر کرد و دیگر اینکه برای رسیدن به میوه‌های شاخه‌های بالاتر باید صبور بود همچنان که در جایی می‌گوید:

ریاضیات زیبایی خود را به کسانی نشان می‌دهد که صبور باشند.

در مرحله کمون غیر از نشستن با یار و می کنار کانال‌های آمستردام، شاید صبر هم عنصر تعیین کننده‌ای داشته باشد. چنان که به وفور در این مورد در ادبیات فارسی یافت می‌شود و شاید از این زاویه کمتر بدان پرداخت شده است. اینکه صبر باعث می‌شود راهی پنهان رو نماید که به ذهن خود آگاه قبلا نیامده است. مولانا می‌فرماید:

هله نومید نباشی که تو را یار براند
گرت امروز براند نه که فردات بخواند؟

در اگر بر تو ببندد مرو و صبر کن آن جا
ز پس صبر، تو را او به سر صدر نشاند

و اگر بر تو ببندد همه ره‌ها و گذرها
ره پنهان بنماید که کس آن راه نداند

فیلسوف معاصر آلن بدیو[1] (۱۹۳۷–) در کتاب در ستایش ریاضیات [۹] معتقد است برای تفهیم ریاضیات به جامعه در درگیر کردن بیشتر آن، لازم است که دو چیز مد نظر قرار گیرد: اول ایجاد شگفتی و حیرانی در دیدن حقایق و زیبایی‌های نامنتظر و دوم بیان مداوم تاریخ علم و خاص در ریاضیات. در واقع در اینجا علم ورزی و به طور خاص ریاضی‌ورزی نه فقط موضوعی خاص و اداری طور برای تعلیم و تعلم در مدرسه، بلکه طی طریق هست برای اکتشاف یا ماجراجویی جادویی و حیرت آور که به فرد کمک می‌کند رازهای جهان هستی را بگشاید [۳].

منظور از تاریخ علم هم در اینجا سیر تحول مفاهیم نیست به تنهایی، بلکه سیر تحول حاملان آن مفاهیم و افکار است در زمانه‌ای که شرایط اجتماعی، سیاسی و زیستی آنها چنان و چنین بوده است. برای رسیدن به درک پیوستگی تاریخی در انتقال مفاهیم و چیستی‌ها، بدیهی است که داشتن آزادی اندیشه و بیان

1. Alain Badiou

نقش به سزایی دارد. فراز و فرودهای تناظر بین آزادی اندیشه و درک پیوستگی تاریخی، یا وزش بادهای سمی و گسستگی پیشرفت فکری بشر موضوع مهمی به لحاظ تاریخی می‌تواند باشد که از حوصله این متن می‌باشد [۱].

بین بیان تاریخ علم و ایجاد زمینه‌های شگفتی و حیرانی، دو روش دیگر هم وجود دارد که اولی به تاریخ علم منتهی می‌شود و دومی به روانشناسی حیرانی. محسن هشترودی (۱۹۷۶–۱۹۰۷)[1] ریاضیدان، شاعر و تاریخ‌دان معاصر در کتاب *سیر اندیشه بشر* [۱۰]، فصل دو، این دو عامل را تجربه علمی می‌نامد و تجربه احساسی. اینها بیشتر نگاه تجربی ارشمیدسی و زیبایی شناسی افلاطونی را تبلیغ می‌کنند.

برای این دو اندرز آلن بدیو، باز شواهد تاریخی و ادبی متناسبی می‌تواند ردیف کرد. یک وجه از یکی از دوبیتی‌های شاعر و ریاضی‌دان پارسی ما خیام شاید به قسمت اول این اندرز مربوط می‌شود:

این چرخ و فلک که ما در او حیرانیم
فانوس خیال از او مثالی دانیم
خورشید چراغدان و عالم فانوس
ما چون صوریم کاندرو گردانیم

و شاید حیرانی و نمود آن در مستی همانی است که در رباعی دیگر سرود:

من ظاهر نیستی و هستی دانم
من باطن هر فراز و پستی دانم
با این همه از دانش خود شرمم باد
گر مرتبه‌ای ورای مستی دانم

ادیبانی قائلند به اینکه خیام اینگونه ابراز درک نادانی خویش کرده است [۱۲]. شاید نمی‌توان به طور قطع این نکته درویش گونه را رد کرد، با این حال می‌شود جور دیگری هم دید. این رباعی می‌تواند بیشتر بازتاب اندیشه و درک ریاضیاتی و هندسی او و حیرت او از دیدن زیبای حقیقت نامنتظر هم باشد، چنان که از مطالعه درک ریاضیاتی و الگوریتمی حل معادلات جبری با روش هندسی و یا درک نجومی که در تنظیم تقویم جلالی می‌توان حدس زد. در کلام دیگر شاعران هم حیرت و حیرانی نقش بسزایی دارد و حیرت هر کس را به قدر بینش او می‌سنجند و لذا هر چه بیناتر حیران‌تر ، برای مثال صائب تبریزی می‌فرماید:

حیرت هرکس درین عالم به قدر بینش است
هرکه بیناتر درین هنگامه، حیران بیشتر

به هر حال، حقیقت نامنتظر در حل هندسی خیام را چند ده سال بعد می‌توان دید [۲۰]. نکته‌ای که اخیرا در اینجا به آن پرداخته شده است این است که ریاضی‌دان ایرانی گمنام شرف‌الدین طوسی(۱۲۱۳–۱۱۳۵)[2] که بعد از خیام می‌زیست پی برد که با استفاده از ابزار جبری و هندسی می‌توان تا حدی به مفهوم مشتق و حسابان نزدیک شد، ایده‌ای که ۵۰۰ سال بعدتر توسط نیوتن و لایب نیتس تئوریزه شد. در واقع می‌توان گفت که طوسی بر تکنیک مربع‌ها و مستطیل‌ها که در کتاب دوم اقلیدس آمده است تسلط عمیقی داشت؛ همچنین بر طبقه بندی الگوریتمیک چندجمله‌ای‌های درجه سوم و جواب‌های هندسی و شهودی آنها که توسط خیام انجام شد (او چهار سال پس از وفات خیام متولد شده است). طوسی توانست ایده‌های اقلیدس و خیام را به صورت خلاقانه‌ای ترکیب کرده و ماکزیمم چند جمله‌ای‌های درجه سه را به دست آورد و از آن برای پیدا کردن جواب‌های مثبت چندجمله‌ای‌های درجه سه استفاده کند، تو گویی بدون اینکه بداند و اسم ببرد از مفهوم مشتق و نقطه بحرانی استفاده می‌کرده است، در حالی که این مفاهیم قرن‌ها بعد به واسطه استفاده از مفهوم حرکت و کمی کردن آن با حسابان به وجود آمده، گسترش یافتند. توجه به این نکته که مفهوم حرکت در فلسفه یونانی و هندسه اقلیدسی بسیار غریب بود [۷] ، ایده شرف‌الدین را شگفت آور می‌سازد.

حقیقت نامنتظر در حل هندسی خیام برای معادلات جبری باز بیشتر نمود پیدا می‌کند؛ اگر ببینیم که ۷۰۰ سال بعد از خیام، گالوای جوان با ایده گروهای تقارنی اختصاص داده شده به هر معادله جبری توانست انقلابی به وجود آورد در اینکه چه معادله جبری اصولا قابل حل است یا نیست، بنا بر اینکه آن گروه حل‌پذیر باشد یا نه. نتیجه فلسفی شاید این باشد که انتخاب و فهم ابزار خاص برای حل مسایل بسیار مهم است، گاهی با ابزار و گفتمانی خاص یا به سادگی به تناقض گفتمانی منجر می‌شود یا تا ابدالدهر مجبور می‌شوید برای ارضای خودخواهی خود، آب در هاون بکوبید. یا ببینیم که سوفی لی[3] بعد از گالوا و خیام توانست ایده حل نه معادلات جبری، بلکه معادلات دیفرانسیل را با استفاده از هندسه گروه‌های تقارنی نامتناهی البعد تعمیم دهد.

قضیه امی نوتر (۱۹۳۵–۱۸۸۲)[4] در ساختن پلی بین گروه‌های ناورداهای هندسی با وجود قوانین بقای پدیده‌های طبیعی و فیزیک این حقیقت نامنتظر را بیشتر دیدنی‌تر می‌کند. در واقع قضیه نوتر [۳] می‌گوید که اگر سیستمی به اندازه کافی دارای «درجه آزادی» و «حق انتخابی» باشد، در آن صورت می‌توان «وجود» قوانین بقا انرژی‌های طبیعت را انتظار داشت. لذا می‌توان حق داد که چرا خیام باید حیران باشد از دیدن حقایق نامنتظر.

مثال‌های متنوع دیگری درسطوح مختلف می‌تواند مطرح باشد: این حقیقت که در ساختارهای متناهی گروه‌های تقارنی، تعداد اعضای

1. Alain Badiou
2. Amalie Emmy Noether
3. Sofya Vasilyevna Kovalevskaya
4. Amalie Emmy Noether

زیر ساختار تعداد اعضای ساختار را عادی می‌کند. این به قضیه لاگرانژ (۱۸۱۳–۱۷۳۶)[1] معروف است. چگونه تناهی و ساختار منجر به نتیجه‌ای در نظریه اعداد می‌شود؟ برای هر کس می‌تواند حیرت آور باشد. یا اینکه عمود منصف‌ها، ارتفاع‌ها و میانه‌های یک مثلث همگی از یک نقطه عبور می‌کنند و جالب‌تر اینکه هر سه این نقاط در یک راستا هستند که به آن خط اویلر می‌گوییم. اینها می‌تواند نتایج نامنتظر و حیرت آور ساختارهای باشد که انسان‌ها خلق کردن برای دیدن حقایق و زیبایی‌های جهان هستی. تاثیر نامنتظر ریاضیات در فیزیک و برعکس هم یا به عبارتی زیبایی و حقیقت، همیشه بحث برانگیز و نابدیهی بوده است.

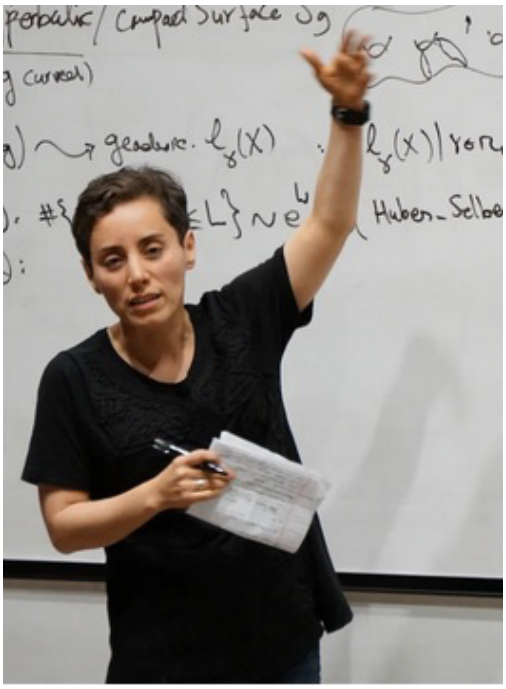
شاید تاثیر شناخت شناسی عامل حیرانی در آموزش علم ورزی آن چنان مورد توجه قرار نگرفته است. مخصوصا اینکه به لحاظ روان شناختی می‌تواند دینامیک هم باشد! همچنان که فرد ۱۰ ساله برداشتی و فهمی از غزلیات حافظ و رباعیات خیام دارد که با برداشت انسان ۴۰ ساله متفاوت است. آن چیزی و آن آموزشی که فرد ۲۰،۱۵،۱۰،۵ دارد از حیران شدن، با هم متفاوت است. ابزاری که می‌توان به کاربرد برای رسیدن به آن حیرانی هم متفاوت است. امروزه شاید با شهود کامپیوتری یا علم ورزی تجربی، بتواند حیرانی دیدن زیبایی هندسه اقلیدسی، یا نظریه اعداد، یا جهان‌های هندسی غیر اقلیدسی، یا حسابان شهودی، حتی شهود اقتصادی را به فرد ۱۲ ساله چشاند.

روش‌های دیگری نیز برای رسیدن به حیرانی در سطوح مختلف وجود دارد. با توجه به پیشرفت علم و مخصوصا هوش مصنوعی و یادگیری ماشین، شاید تقویت این شگفتی شکلی متفاوتی هم داشته باشد. ریاضیات تجربی در اینجا نقش مهمی دارد. این اصلاح شاید با ریاضیات تجربی که ارشمیدس مبدع آن هست اشتراکی داشته باشد. گاهی برای بررسی یا راست‌آزمایی حدسیات ریاضی می‌توان از این روش استفاده کرد. مخصوصا با آشنایی نسل جدید با ابزار هوش مصنوعی، می‌تواند نقش مهمی در تغییر سیستم آموزشی هم تلقی شود و مورد بازنگری بیشتری قرار بگیرد.

بحث تاریخ علم ورزی(نه فقط تاریخ علم خاص) که پیشنهاد دوم آلن بدیو بود شاید ملموس‌تر باشد. نگاه فلسفی تنیده شده با شرایط اجتماعی به وضوح در سطح علم ورزی موثر است. به عنوان مثال فلسفه نسبی گرایی شاید باعث شد که مفهوم مختصاتی دکارت و به طبع مختصات‌های دیگر و از اینجا مفاهیم فضا و چنبره و توپولوژی (فضای بی مختصات!) به وجود بیاید. شاید اعجاب آور و حیرت انگیز باشد که خیام بدون این ابزار و ۴۰۰ سال قبل از دکارت چنان مفهوم فضا و معادلات جبری را به هم ربط داده و مهمتر در سطحی مناسب طبقه بندی کند.

۳. چرا زیبایی حقیقت هست؟

آنچه گذشت و آنچه خواهد آمد، درواقع تلاشی بود برای اضافه کردن فصلی خاص به کتاب چرا زیبایی حقیقت است [۲۱] نوشته یان استوارت (۲۰۱۷–۱۹۴۵)[2]. در واقع جمع بندی شخصی از این کتاب، از جمله فصولی است که مربوط به خیام، گالوا، لی و ادوارد ویتن (–۱۹۵۱)[3] بود و اینکه چه قسمت‌هایی از کارهای شخصیت اصلی ما می‌توانست در این مسیر قرار گیرد. برای این کار لازم بود تاریخچه‌ای از معادله‌ای خاص و نحوه به وجود آمدن آن و کارکردهای آن مورد توجه قرار بگیرد. ضمن اینکه سعی شد از همان استایل ادبیاتی نویسنده کتاب پیروی کنیم تا حدی که توانستم. درباره این شخصیت، یعنی مریم میرزاخانی، مقالات متعددی به فارسی، از جمله [۴،۵،۶،۷] نوشته شده است.



شاید بد نباشد برای اینکه بفهمیم که چرا زیبایی حقیقت است، شاهدی بیاوریم از کارهای مریم میرزاخانی و اینکه چگونه نتایج نامنتظر و دور به هم مرتبط شده‌اند تا قطعه ادبی–علمی آفریده شود. مقاله سنایی [۶]، به مانند مقاله شکری، نگاهی تاریخی و کمتر فنی به ریشه‌های علمی کارهای مریم میرزاخانی دارد. اینکه چگونه مسائل متعدد باعث پیدایش پل‌های زیبا می‌شود که سرزمین‌های حقایق به ظاهر دور را به هم متصل می‌کند. اینکه چگونه هایزنبرگ (۱۹۷۶–۱۹۰۱)[4] از فیزیک الکترون پلی می‌زند به ریاضیات جبر و ساختار ماتریس‌ها. اینکه چگونه اویلر (۱۷۸۳–۱۷۰۷)[5] از مسئله کونیزبرگ و پل‌های ارتباطی بین محله‌های مختلف شهر از ریاضیات به شهود تجربی و توپولوژی می‌رسد.

1. Joseph-Louis Lagrange
2. Ian Nicholas Stewart
3. Edward Witten
4. Werner Karl Heisenberg
5. Leonhard Euler

بالاخره مریم میرزاخانی چگونه از شهود تجربی به شهود هندسی می‌رسد. مقاله شکری [۷] درباره دستاوردهای مریم میرزاخانی هم با تاریخ علم شروع می‌شود، به واسطه قضیه کلاسیک بزو[1] به نظریه انقطاع ورود پیدا می‌کنند و بحثی تاریخی جالبی در نظریه ریسمان و ارتباط آن با فضاهای پیمانه‌ای دارند. افتخاری در [۴] از حدس اپنهایم شروع می‌کند که درباره شرط لازم و کافی برای داشتن تصویر چگال Z^n تحت نگاشت یک فرم مربعی ناتباهیده است. او این را ربط می‌دهد به مسئله بیلیارد چند ضلعی با زوایای گویا و اینکه رفتار مجانبی تعداد مسیرهای متناوب با طول حداکثر l به l^2 ربط دارد با ضرایب ثابت. در ادامه نشان می‌دهد که چگونه این ضریب ثابت توسط میرزاخانی و محمدی به صورت میانگین انتگرالی نوشته می‌شود. حال اگر به جای بیلیارد و مسیرهای متناوب، دیسک پوانکاره بنشانیم و ژئودزی‌های متناظر، میرزاخانی نشان داد که باز می‌شود درباره رفتار مجانتی آنها نتایج مشابهی داشت. زیبایی وقتی خود را نشان می‌دهد که زوم اوت کنیم و ببینیم که اگر همه ساختارهای هذلولوی‌ها را جمع کنیم و همه مسیرهای ژئودزی را، آنگاه آن ضرایب متناظر مجبورند متغیر باشند و تابع قوانین فیزیک! آن قانون چیزی نیست جز معادله کی دی وی که امواج سالیتونی را توصیف می‌کنند که در طول حرکت شکل و سرعت آن تغییر نمی‌کند و در برهمکنش غیر خطی آنها با هم در واقع شبیه برهمکنش ذرات بنیادی دیگر مانند الکترون می‌شود، به همین دلیل آن امواج را سالیتون نامیدند. در بخش بعد به تفصیل به تاریخچه معادله کی دی وی در صد و پنجاه سال اخیر می‌پردازیم. تاریخچه‌ای که از مشاهده ساده امواج آب رودخانه شروع شده، در مهندسی در ساخت کشتی‌هایی که خطوط تلگراف اروپا را به آمریکا متصل می‌کرد به کار رفته، مدل بندی شده، به ریاضیات منحنی‌های بیضوی رفته، به مطالعه تقارن‌های نامتناهی البعد و جبرهای سوفی لی رفته، به پدیده ذرات بنیادی کشیده شده و آزمایش عددی فرمی‌کشیده شده، به پدیده اینترنت کشیده و در ادامه به کار عمیق مریم میرزاخانی.

جهت راحتی خواننده، یادآوری می‌کنیم که قسمتی از بخش بعد می‌تواند تکنیکی باشد و می‌توان از آن گذر کرد. با این حال به جهت تکمیل بحث اینجا آورده شده است. شاید برای دانشجویان کارشناسی تمرین خوبی باشد یا اینکه بتوانند با پیگیری‌های بیشتر ترغیب شوند که بحث تکنیکی را با منابع بهتری مثل کتاب معتبر و ساده و قابل فهم [۲۴] ادامه دهند.

۴. تلگراف بین مدل زیبای نامنتظر و حقیقت

قصه معروف جان اسکات راسل (۱۸۸۲–۱۸۰۸)[2] تقریبا در تمام کتاب‌هایی که به امواج سالیتونی اختصاص دارد آمده است [۲۳,۲۴]. جان اسکات راسل در سال ۱۸۰۸ در اسکاتلند به دنیا آمد. پدرش کشیش بود و دوست داشت که پسرش نیز در کلیسا حرفه‌اش را ادامه دهد. اما به دلیل علاقه و استعداد او در مهندسی و علوم، به او اجازه داد به دانشگاه برود و در سن ۱۶ سالگی مدرک خود را اخذ کند. در سن ۲۴ سالگی، راسل به عنوان یک استاد موقت در دانشگاه ادینبورگ منصوب شده بود. در همین زمان، به هدف طراحی کشتی‌های بهتر، شروع به مطالعه امواج کرد تا از این طریق درک بهتری از برهمکنش‌های بین بدنه کشتی و آب به دست آورد. ماه آگوست سال ۱۸۳۴، جان اسکات راسل در کنار کانال یونیون نزدیک ادینبورگ بر روی اسب خود نشسته بود و به آب نگاه می‌کرد که چیزی را دید که زندگی‌اش را تغییر داد [۲۲]:

«من به حرکت قایقی که توسط یک جفت اسب به سرعت در کانالی باریک کشیده می‌شد، توجه می‌کردم. ناگهان قایق متوقف شد، اما جرم آب در کانال که در حرکت قرار گرفته بود، متوقف نشد؛ آب در قسمت جلوی قایق به شدت در حال آشفتگی جمع شد و سپس ناگهان از آن جدا شده و با سرعت بالا به صورت یک برآمدگی بزرگ و تنها، یک توده گرد و صاف و دقیق از آب، جلو می‌رفت. این توده آب، به نظر می‌رسید بدون تغییر شکل یا کاهش سرعت، در طول کانال به جلو حرکت می‌کند. من در پی آن روی اسب ادامه دادم و هنوز در سرعتی حدود هشت یا نه مایل در ساعت جلو می‌رفت و شکل اصلی خود را حفظ می‌کرد. ارتفاع آن به تدریج کاهش یافت و پس از یک یا دو مایل، در پیچ و خم‌های کانال، دیگر ندیدمش.»

به عبارت دیگر، او یک برآمد آب را که توسط قایق در کانال ایجاد شده بود، مشاهده کرد و آن را چند مایل دنبال کرد. بدون شک، افراد دیگری قبل از او موج‌های مشابهی را دیده بودند، زیرا شرایط ایجاد آن‌ها بسیار غیر عادی نبود. اما ممکن است هیچ کس قبل از او به این اندازه به آن توجه دقیقی نکرده باشد. مهم این است که موجی که او دیده بود، همان کاری را نکرد که شما انتظار دارید. از تجربیات ما با موج‌ها در حوضچه‌ی حمام یا ساحل، ممکن است انتظار داشته باشید یک برآمد حرکتی از آب، نهایتا به دو شکل زیر درآید:

شکل ۱) عرض آن افزایش می‌یابد و کم‌عمق‌تر می‌شود و به سرعت به موجک‌های ریز و کوچکی تبدیل می‌شود که همانند موجی است که شما ممکن است با دست خود در یک استخر شنا ایجاد کنید و به سرعت ناپدید می‌شود.
شکل ۲) مانند موج‌های ساحلی شکسته می‌شود، طوری که قله آن تیز می‌شود و جلوی بقیه‌ی موج را می‌گیرد تا زمانی که دیگر تکیه‌گاهی برای آن نماند و به زور بر زمین می‌افتد.

بنابراین، با پیش‌آگاهی از این دو نوع شکل از امواج، مشاهده آن امواج خاص برای راسل واجد اهمیت زیادی بود ، امواجی که هیچ

1. Bézout›s identity

2. John Scott Russel

یک از این کارها را انجام نمی‌داد، بلکه اصولا شکل و سرعت خود را حفظ می‌کرد و بدون تغییر در طول کانال مسافت زیادی را طی می‌کرد. او حتماً فکر می‌کرد: «واو، آن اسب‌ها و قایق فقط یک تکانه کوچک به این موج دادند و این موج بدان صورت بلافاصله حرکت کرد –چه جالب می‌شد اگر می‌توانستم قایقی بسازیم که چنان بکند.»

راسل از عبارت «موج تنهایی» و «موج انتقالی» برای توصیف پدیده‌ای استفاده کرد که در آن روز مشاهده کرده بود. او با عبارت «موج تنهایی» به واقعیتی اشاره می‌کرد که این موج فقط یک قوز دارد و با الگوی متناوب بیشتر و شناخته شده سینوسی که انسان ممکن است ابتدا به ذهنش برسد همخوانی ندارد. درباره «موج انتقالی» ممکن است او به این پرسش اشاره کند که آیا تک مولکول‌های آب همراه با قوز حرکت می‌کنند یا فقط بالا و پایین می‌روند، اما اینها نحوه استفاده امروزی از این اصطلاح در نظریه سولیتون نیست. برای ما، «انتقال» به واقعیتی اشاره دارد که پروفایل موج – شکلی که آن را از روبرو مشاهده می‌کنیم – در طول زمان ثابت می‌ماند. برای مطالعه موج‌های تنهایی خود، راسل یک مخزن موج به طول ۳۰ فوت در باغ پشتی خود ساخت. او متوجه شد که می‌تواند به طور قابل اعتمادی آن‌ها را در مخزن خود تولید کند و به صورت تجربی بررسی کند. بین جالب‌ترین چیزهایی که کشف کرد، وجود یک رابطه ریاضی بین ارتفاع موج k، عمق آب در حالت ایستا h و سرعت حرکت موج c بود. او باور داشت که این پدیده اهمیت بالایی دارد و به همین دلیل آن را به انجمن بریتانیایی پیشرفت علم [۲۲] گزارش داد. اگرچه می‌توانیم با دید حال حاضر بگوییم که انتظار او بجا بود از اینکه آینده درخشانی برای امواج تنها قائل بود، اما ایده‌های او توسط نهاد علمی آن زمانه به خوبی پذیرفته نشدند. به خصوص، دو پژوهشگر بزرگ ریاضی و فیزیک، جورج بیدل ایری[1] (۱۸۹۲–۱۸۰۱) و جورج گابریل استوکس[2] (۱۹۰۳–۱۸۱۹)، هر کدام ادعا کردند که نظریه موج راسل به طور کامل نادرست است. شاید مشکل واقعی راسل این بود که اگرچه بی‌شک متفکری بزرگ بود، اما تخصص کمی در ریاضیات داشت. به جز رابطه بین ارتفاع موج و سرعتی که به آن اشاره کردیم، او هیچ تحلیل ریاضی جدی از این پدیده انجام نداد. اما استوکس و ایری، به عنوان متخصصان در استفاده از معادلات دیفرانسیل برای مدل سازی پدیده‌های موج، بودند. و متاسفانه، هر دو به طور اشتباه باور داشتند که تحلیل‌هایشان نشان داده است که نظریه راسل نادرست است. ایری در مقاله «جزر و مد» در سال ۱۸۴۵، فرمولی متفاوت برای سرعت موج ارائه می‌دهد. او اعتقاد داشت که این فرمول با نظریه راسل در تناقض است و می‌نویسد:

ما نمی‌خواهیم این نوع امواج تنها را واجد عنوان «شایسته بزرگ» یا «اصلی» بپذیریم.

استوکس در سال ۱۸۴۷ مقاله‌ای به نام «درباره نظریه امواج نوسانی» در مورد امواج با نمودار متناوب (مانند موج‌های سینوسی) می‌نویسد و فرمولی برای چنین موجی که دارای تعداد بی‌نهایت قوز هست ارائه می‌دهد، و ادعا می‌کند که «تنها نوعی از امواج است که ویژگی انتشار با سرعت ثابت و بدون تغییر شکل را داراست – لذا یک موج تنها به این شکل قابل انتشار نیست. بنابراین، موج تنها که توسط راسل مشاهده شده است فرسایشی خواهد شد.``

الان دیگر آسان است درک کنیم که چرا برای ایری و استوکس سخت بود مشاهدات راسل را باور کنند. درواقع می‌توان جواب‌هایی برای معادلات دیفرانسیل پیدا کرد که شکل یک موج تنها با یک قوز را با سرعت ثابت نشان دهد. با این حال، این جواب‌ها برای یک معادله دیفرانسیل خطی بود. یکی از نتایج این خطی بودن این است که می‌توان جواب را در عدد ثابت ۲ (به این ترتیب دو برابر کردن ارتفاع) ضرب کرد و هنوز هم یک جواب داشت طوری که سرعت آن هم تغییر نکند. واقعیت این است که راسل ادعا کرد که سرعت موج او به ارتفاع آن بستگی دارد که به وضوح نشان می‌دهد یک مدل ریاضی از این وضعیت ضرورتا غیرخطی خواهد بود و در این صورت انتظار داشتن جوابی شکسته شده منطقی خواهد بود. علاوه بر این، تجربه‌های قبلی باید به آنها تفهیم می‌کرد که پراکندگی یک عامل مهم در پویایی امواج آب باشد، در این صورت چیزی شبیه به «آشفتگی» همزمان نیز رخ می‌دهد. بین «شکستگی» و «پراکندگی»، دشوار است که ببینیم چگونه یک جواب تنها با شکل زیبا، به وجود آمده و با یک قوز می‌تواند وجود داشته باشد، و این چیزی است که آن‌ها سعی کردند به طور دقیق در تحلیل ریاضی خود درک کنند. چنین بینشی دست کم تا حدی صحیح است. شکستگی و پراکندگی که آن‌ها انتظار آن را داشتند، هر دو وجود دارند. با این حال، نتیجه آن‌ها که این موضوع امکان وجود یک موج تنها را حذف خواهد کرد، نادرست بود. در واقع، ترکیب مناسب این دو موجب تولید چندین نتیجه غافلگیرکننده و غیرمنتظره می‌شود. متاسفانه، این دو ریاضی‌دان بزرگ به غلط نظریه راسل را رد کردند. بی‌شک، این موضوع برای راسل ناراحتی کننده بود. به نظر می‌رسید که علاقه او به امواج تنها یا در جای نادرستی مطرح شده بود یا اصولا نادیده گرفته می‌شد. با این حال، در بین طراحان کشتی، او به خاطر تعیین سرعت طبیعی حرکت کشتی برای یک عمق مشخص (نتیجه‌ای که به طور مستقیم از تحقیقاتش در مورد امواج تنها به وجود آمده بود) و برای کار او بر روی بزرگترین کشتی ساخته شده توسط انسان تا آن زمان به یاد می‌ماند. جالب است بدانیم که این کشتی در سال ۱۸۶۵ برای نصب کابل تلگرافی ترنس آتلانتیک به طول ۴۲۰۰ کیلومتر بین ایرلند و نیوفاوندلند استفاده شد. این کابل اولین سیستم ارتباطی الکترونیکی بین اروپا و آمریکا بود. این سیستم روابط شخصی،

1. Sir George Biddell Airy

2. Sir George Gabriel Stokes

تجاری و سیاسی بین مردم در سراسر اقیانوس آتلانتیک را تغییر داد، چنان که سیستم پیشرفته‌تر امروزی در قالب امواج نوری و اینترنت، ایمیل‌های مردم را بدون تغییر محتوا، شکل و آدرس به هر جای دنیا که بخواهند می‌فرستد.

داستان معادله کرتوخ-دو فریس(کی دی وی)

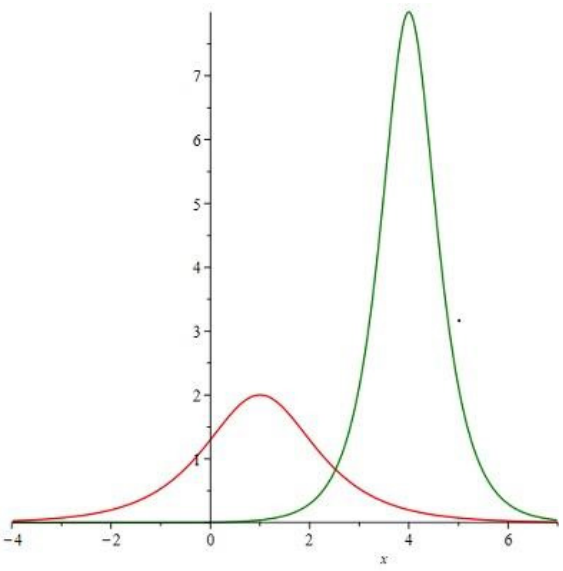
تا سال ۱۸۹۵، راسل و ایری در گذشته بودند و جورج گابریل استوکس در واقع بازنشسته شده بود. بنابراین، اختلاف نظر درباره موج تنهای راسل کمترین تأثیر حسی را داشت، هر چند به طور کامل فراموش نشده بود. در همان زمان، ریاضیدان معروف هلندی به نام دیدریک کرتوخ[1](۱۹۴۱-۱۸۴۸) و دانشجویش گوستاف دو فریس[2] (۱۹۳۴-۱۸۶۶) تصمیم گرفتند موج‌های آب کانال را با استفاده از معادلات دیفرانسیل مدل سازی کنند. (شاید آن‌ها از این واقعیت الهام گرفته بودند که کشور محل سکونت آن‌ها، هلند، دارای تعداد زیادی کانال است!). آنها با شروع از معادلات بسیار دقیق ولی پیچیده ناویر-استوکس، برای ساده‌سازی فرضیاتی را روی آن معادله اعمال کردند. این فرضیات شامل وجود یک بدنه آب بسیار باریک به گونه‌ای که موج را تنها با یک متغیر فضایی و ثابت توصیف کند، همچنین عمق آن باریکه کم و ثابتی است که در کانال‌ها یافت می‌شود. با ترکیب همه این موارد، آن‌ها به معادله زیر رسیدند:

$$u_t = \frac{3}{2} u_{xxx} + \frac{1}{4} uu_x$$

به دلیل حروف ابتدایی آن‌ها، این معادله مشهور به «معادله KdV» شناخته می‌شود. ممکن است پیشرفت ریاضی در درک موج تنهای راسل به این دلیل به تاخیر افتاده باشدکه تکنیک‌های ریاضی مناسب در دسترس قرار بگیرد. مطالعه منحنی‌های بیضوی در دهه‌های پس از مشاهده اولیه راسل به نظر نمی‌رسید که کاربردهایی در مطالعه امواج آب داشته باشد. با این حال، با استفاده از نتایج این حوزه از «ریاضیات محض»، کورتوگ و دو فریس توانستند خانواده بزرگی از جوابهای معادله KdV را به دست آورند که در طول حرکت و شکل خود را حفظ می‌کنند، به دست آورند. در این میان، به عنوان مثال توابع هذلولی شکل

$$k_f(x,t) = 2k^2 \mathrm{sech}(kx - k^3 t)$$

که برای هر مقدار ثابت k، در معادله KdV صدق می‌کنند قرار دارند. این فرمول، یک موج تنهایی متحرک مانند موج راسل را ارائه می‌دهد که با سرعت k^2 حرکت می‌کند و ارتفاع آن $2k^2$ است. به عنوان مثال، در شکل زیر جوابهای f_1 و f_2 در کنار هم مقایسه شده‌اند. توجه کنید که در هر حالت، ارتفاع موج دو برابر سرعت آن است.



دو مورد در اینجا باید شگفت‌انگیز باشد: آن‌ها فرمولی دقیق برای بسیاری از جواب‌های یک معادله با مشتقات جزیی غیرخطی پیدا کرده‌اند و به نظر می‌رسد که این جواب‌ها قادر به جلوگیری از شکستگی و پراکندگی است، علیرغم اینکه شهود استوکس معکوس آن را پیش‌بینی کرده است. به عنوان مثال، در نظر بگیرید که معادله KdV معادله‌ای تکاملی است که شبیه به ترکیبی از دو معادله است، یکی

$$u_t = \frac{3}{2} u_{xxx}$$

که دارای جواب‌هایی است که باعث جدایی اجزای امواج با فرکانس‌های مختلف یک پروفایل اولیه «تک‌قوس» می‌شد که نتیجه آن تلف شدن آن بود. مهم‌تر، معادله غیرخطی

$$u_t = \frac{1}{4} uu_x$$

به نام معادله برخر[3] (۱۹۸۱-۱۸۹۵) است که برای آن جوابی دارد که خیلی زود هر پروفایل اولیه «تک‌قوس» را از بین می‌برد. با این حال، به طریقی، ترکیب این دو عبارت به نظر می‌رسد که هر دوی این جلو چنان مشکلاتی را می‌گیرد.

ممکن است این شگفتی‌ها را به عنوان اتفاقاتی ساده بشود نادیده گرفت، که شاید ارزش بررسی بیشتری نداشته باشد. به طور خاص، این حقیقت که جواب‌ها می‌توانند به صورت صریح نوشته شوند، نتیجه‌ای از یک اتفاق است که معادله KdV شباهتی با یک معادله مرتبط با منحنی‌های بیضوی دارد و ممکن است بتوانیم بگوییم که در اینجا اتفاقی است که تأثیر تغییر شکل (از عبارت u_{xx}) و پراکنش (از عبارت u_{xxx}) به طور کامل تعادل دارد و باعث از بین رفتن آن‌ها می‌شود. با این حال، طولی می‌کشد تا هر کسی درک

1. Diederik Korteweg
2. Gustav de Vries
3. Johannes Martinus Burgers

کند که این‌ها تنها اتفاق و تصادف نیستند. در واقع، بسیاری از جواب‌های معادله KdV می‌توانند به صورت صریح نوشته شوند و منشأ هندسی دارند و «تعادل کامل» که امکان وجود یک جواب موج تنهایی به یک معادله غیرخطی را فراهم می‌کند، به اندازه‌ای کمتر نیست که فکر می‌کنیم.

برگردیم به داستان امواج سالیتونی و ایده کورتوگ و شاگردش. در واقع آنها با استفاده و تقلیل هوشمندانه از معادله ناویر–استوکس و انتخاب ترکیبی مناسب از تعادل پیش گفته و دانش وتکنولوژی منحنی‌های بیضوی به جواب‌های موجی تنهایی که راسل به طور شهودی و آزمایشگاهی به آن رسیده بود رسیدند. چنین چینشی از ترکیبات ایده‌های ریاضیاتی نزدیک و ترکیبیاتی تاریخی ناشی از پیشرفت علوم ریاضی و فیزیک و بعدا کامپیوتر منجر به کشفیاتی شد که پدیده‌های فیزیکی یا ریاضیاتی دور را به هم ربط می‌داد. با این حال نکته بسیار مهم و کلیدی اینجاست که ارتباط معادله کی دی وی با هندسه جبری، جبرهای لی و فیزیک، بیشتر از آنجا ناشی می‌شود که معادله کی دی وی نه فقط یک معادله تکی، بلکه بخشی از یک سلسله مورد مطالعه قرار می‌گیرد. یعنی در آن سلسله در واقع بینهایت معادله دیفرانسیل وجود دارد که معادله کی دی وی یکی از آنهاست. این نکته مرزی هست که فرق نگاه ریاضیات کاربردی طور و محضی طور را تمیز می‌بخشد. می‌توان ثابت کرد که معادله KdV دارای بینهایت تقارن هست از نوع لی و این معادله دارای دو ساختار هامیلتونی–همتافتی سازگار با هم هست. شاید این تمثیل جالب باشد که می‌شود تقارن‌های بینهایت کی دی وی را از روی نمودار معروف به لنارد–مگری [۳۳] دید با داشتن دو همیلتونی. در واقع همان طور که می‌شود برای پیدا کردن جواب‌های چندجمله‌ای‌ها از تمثیل برج‌های مثل برج بابلی، برج کاردانو یا آبل دید، می‌شود تقارن‌های لی برای معادله کی دی وی را با برج‌های دوقلوی لنارد–مگری بیان کرد [۲,۲۱].

۵. جواب‌های هندسی به مدل‌بندی‌های جهان فیزیکی و حقیقی

همچنان که در بالا در تاریخچه معادله کی دی وی اشاره شد، بسیاری از پدیده‌های فیزیکی را می‌توان صورت معادله دیفرانسیل بیان کرد. با این حال ارتباط این معادلات دیفرانسیل با فضاهای هندسی شفاف و بدیهی نیست. شعبده زیر [۲۴] می‌تواند به درک این مطلب کمک کند تا بدون وارد شدن به مطالب تکنیکی بتوان درکی شهودی به دست داد. تصور کنید ثابت‌های c_1, c_2 و c_3 را می‌خواهیم چنان پیدا کنیم که معادله دیفرانسیل غیرخطی

$$u_{xx}{}^2 + u_{yyy}{}^2 + u_{zzzz}{}^2 = 1$$

دارای جواب

$$u(x, y, z) = \frac{c_1}{2}x^2 + \frac{c_2}{3!}x^3 + \frac{c_3}{4!}x^4$$

باشد. با کمی محاسبه می‌توان فهمید که آن ضرایب باید در معادله جبری آشنای

$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1$$

صدق کنند. به عبارتی فضای هندسی جواب معادله غیرخطی مذکور متناظر است با کره واحد.

پیدا کردن چنین شهودی برای معادله کی دی وی ساده نبوده است. در ادامه خواهیم دید که برای معادله کی دی وی می‌توان فضای جواب را گراسمنین‌ها دید، یعنی مجموعه زیر فضاهای دو بعدی در فضای اقلیدسی چهار بعدی. در دهه ۶۰ میلادی کروسکال و لکس و محققین دیگر متوجه شدند که معادله کی دی وی دارای بینهایت قانون بقای انرژی و ماده است. برای فهم این قضیه بهتر است به جای تک معادله م کی دی وی، سلسله کی دی وی را در نظر بگیریم. قضیه گلفند دیکی [۳۴] می‌گوید که اگر عملگر لکس

$$L = \partial_x^2 + 2u(t_1, t_2, \cdots)$$

را در نظر بگیریم، آنگاه این سلسله به شکل زیر است:

$$L_{t_k} = [A_k, L], \qquad A_k = \frac{1}{(2k+1)!!}(L^{\frac{(2k+1)}{2}}) +$$

که در این جا متغیرهای مستقل $t_0, t_1, \ldots$ را با مصالحه متغیرهای زمان می‌نامیم. چند معادله اول آن به این شکل است ($x=t_0$).

$$u_{t_1} = u_x\,,\ u_{t_2} = \frac{3}{2}u_{xxx} + \frac{1}{4}uu_x\,,\ u_{t_3} = u_{xxxxx} + \cdots$$

معادله دوم همان معادله کی دی وی (۱) هست. همه این معادلات با هم جابجا می‌شوند و به نوعی تشکیل جبر لی نامتناهی‌البعد می‌دهند.

از دل توسعه غیرخطی فوریه برای حل معادله کی دی وی، روش مستقیمی توسط مکتب کیوتو ژاپن برای پیدا کردن جواب‌های سالیتونی پیدا شد که منجر به ایده مفهوم تابع تاو برای معادله کی دی وی شد. تصور کنیم که دنبال تابع $\tau(x,t)$ می‌گردیم که با آن تابع جدید

$$u(x,t) = (\log\tau)_{xx}$$

جواب معادله کی دی وی باشد. در آن صورت تابع تاو باید در معادله پی دی ای، به نام معادله هیروتای معادله کی دی وی زیر صدق کند:

$$3\tau_{xx}{}^2 + 4\tau_t\tau_x - 4\tau\tau_{xt} - 4\tau_x\tau_{xxx} + 4\tau\tau_{xxxx} = 0$$

این معادله را می‌توان همگن گرفت اگر وزن مشتق نسبت به متغیر فضا را یک و وزن مشتق نسبت به متغیر زمان را (۳) بگیریم. تابع

مولد زیر، به نام تابع به خوبی وزن دار شده، یک تابع تاو هست:

$$\phi_{\lambda}^{(n)} = \frac{\partial^n}{\partial z^n} \exp(zx + z^3 t)_{z=\lambda}.$$

حال اگر رونسکین دو به دوی ω_ij از چهار تابع نوع بالا را در نظر بگیریم و ترکیب خطی

$$\tau = \sum c_{ij}\, \omega_{ij}$$

را بسازیم، در آن صورت این تابع تاو است اگر و تنها اگر رابطه پلوکر یعنی

$$c_{12}c_{34} - c_{13}c_{24} + c_{14}c_{23} = 0$$

برقرار باشد. به عبارتی فضای جواب معادله هیروتا فضای گراسمنین است. این نتیجه نامنتظر الهام بخش هندسه جبری‌دانان بوده است برای مطالعه ارتباط بین معادلات انتگرال پذیر مثل کی دی وی، غیرخطی شرودینگر با هندسه جبری.

در واقع بعدها معادلات انتگرال پذیر بیشتری کشف شدند، از جمله معادله شرودینگر: معادله غیرخطی شرودینگر هم انتگرال پذیر است دقیقا به همان معنایی که معادله کی دی وی هست. فرم دقیقا آن به صورت

$$iu_t = u_{xx} \times u^2 u$$

هست که در آن $u(x,t)$ یک تابع مختلط است.

شاید بد نباشد اگر دسته‌ای منحنی که به صورت خاصی حرکت می‌کنند، شبیه گردباد، با دود سیگاری که به شکل حلقه‌ای بیرون داده می‌شود، را درنظر بگیریم در آن صورت چگونه می‌توانستیم این حرکت موج طور هندسی را مطالعه کنیم، آیا انتظار داریم که از الگوی فیزیکی تبعیت کند؟ این دسته از منحنی‌ها را لوی چیویتا[1](۱۹۴۱–۱۸۷۳) و شاگردش دو ریوس[2] [۳۶] طراحی کردند

$$\gamma_t = \gamma_x \times \gamma_{xx} = \kappa B$$

بعدتر هاشیموتو [۳۵] ثابت کرد که اگر ناورداهای هندسی این منحنی یعنی تاب τ و خمیدگی κ را در نظر بگیرید که به زمان هم الان وابسته‌اند غیر از طول قوس،انگاه با ساختن هنرمندانه تابعی از این دو

$$u = \kappa \exp(i \int \tau + dx)$$

نشان داده می‌شود که آن تابع مختلط در معادله شرودینگر بالا صدق می‌کند. چنین پلی از حرکت دینامیکی ساختارهای هندسی و ارتباط آن به حرکت امواج یا معادلات انتگرال پذیر می‌تواندکمک زیادی در هردو جهت، ریاضیات محض و فیزیک بکند.

مثال بالا در ارتباط معادلات پی دی ای از جمله کی دی وی و ساختارهای هندسی از جمله پرمایش فضاهای هندسی کره و گراسمنین می‌تواند مدخلی باشد در فهم قسمتی از کار مریم میرزاخانی. در واقع می‌توان گفت که مجموعه ساختارهای هذلولوی بر روی رویه‌های ریمان یا فضای پیمانه‌ای روی رویه‌های ریمان را می‌توان با سلسله کی دی وی بیان کرد. معادله شرودینگر هم انتگرال پذیر است و دارای تابع مولد یا همان تابع تاو. خدا چه می‌داند شاید حجم فضای پیمانه‌ای فضایی را بشود با سلسله معادله غیرخطی شرودینگر بیان کرد!

ارتباط بین معادله کی دی وی و رویه‌های ریمان مثل کره، چنبره و ... شاید آنقدر واضح نباشد. با این حال با درنظر گرفتن جوابهای موجی متحرک مثل

$$u(x,t) = f(x-ct)$$

می‌توان این ارتباط را مشاهده کرد. در واقع با قرار دادن این جواب خاص به معادله به یک معادله با مشتقات معمولی(از نوع خاص پنلووه)

$$-\frac{c}{2} f^2 + Af + B = \frac{3}{4}(f')^2 + \frac{1}{16} f^3$$

یا معادله

$$x-ct = \int \frac{1}{\sqrt{-\frac{1}{4} f^3 - \frac{2c}{3} f^2 + Af + B}}$$

می‌رسیم که معادل با چنبره مختلط یا منحنی بیضوی بر C^2 منجر می‌شود [۵]. درواقع کمالی و ستایش، مقاله‌شان را از اینجا به بعد شروع می‌کنند و بیشتر به صورت ملموس، ریاضی طورو قابل فهم برای دانشجویان ریاضی بر روی فضاهای پیمانه‌ای بحث کرده‌اند. با این حال ورودی به معادله کی دی وی و تاریخچه آن نداشته‌اند

سلسله معادله کی دی وی را می‌توان با عملگر بازگشتی هم که ترکیب یک عملگر هامیلتونی و معکوس یک عملگر همتافت هست هم بیان کرد. در واقع نردبان دو قلوی لنارد–مگری (مشابه نردبان‌های تک قلوی آبل، کاردانو و تارتالیا) را می‌توان بیان کننده آن عملگر بازگشتی دانست. حکم دقیقی نیست ولی این کار می‌تواند مابه ازی قضیه مریم میرزاخانی دانست که حجم فضای پرمایش تایشمولر[3] (۱۹۴۳–۱۹۱۳) را که توسط یک فرم دو خطی همتافت تعریف شده است را به صورت بازگشتی به دست آورده است [۴].

و بالاخره حدس معروف ویتن جواب خاصی از سلسله کی دی وی را به تابع افراز گرانش دو بعدی کوانتومی ربط می‌دهد. متغیرهای زمانی $t_0,t_1,\ldots$ با ثابت‌های کوپل شده مرتبط با مشاهده‌گرهای $\tau=0,1,\tau_1,\tau_2$ نظریه کوانتومی وابسته می‌شوند. بنابراین همبستگی کوانتومی گرانش کوانتومی دو بعدی را می‌شود بر حسب مشتق

1. Tullio Levi-Civita
2. De Rios
3. Paul Julius Oswald Teichmüller

لگاریتمی تابع تاو نوشت:

$$< \tau_{k_1}\tau_{k_2}\dots\tau_{k_n} >= \frac{\partial^n log\ \tau(t_0, t_1, \dots.)}{\partial t_{k_1}\partial t_{k_2}\dots\partial t_{k_n}}\Bigg|_{t_0=t_1=\dots=0}$$

قضیه کانتسویچ میگوید که عبارت بالا با

$$< \tau_{k_1}\tau_{k_2}\dots\tau_{k_n} >= \int_{\underline{M_{g,n}}} {\psi_1}^{k_1}{\psi_2}^{k_2}\dots{\psi_n}^{k_n}$$

برابر است که در آن ψ_iها کلاس‌های کوهومولوژی روی فضای پرمایش $M_{g,n}$ است و تابع مولد آن در روابط بازگشتی صدق می‌کند که منطقا بنا بر مشتق لگاریتمی (۳) منتج از سلسله کی دی وی است.

شاید ایده در نظر گرفتن سلسله تمام معادلات که با هم جابجا می‌شوند به جای در نظر گرفتن یک معادله در آن (کی دی وی) شبیه ایده در نظر گرفتن فضای پیمانه‌ای از منحنی‌هاست به جای در نظر گرفتن یک منحنی خاص! مثال عمیق تاریخی از زوم این و زوم اوت کردن.

۶. نویسنده و ریاضی‌دان پارسی

سال ۱۳۷۶ مریم که در آن زمان دانشجویی کارشناسی بود در سمینار دانشجوی اهواز با هیجان و تسلط وصف ناشدنی سمیناری داد درباره نقطه ثابت براور (۱۸۸۱–۱۹۶۱)، دانشجوی دکترای کرتوخ که معادله کی دی وی KdV به نام او و شاگرد دیگرش د فریز است. قضیه نقطه ثابت براور (۱۹۶۶–۱۸۸۱) یک نتیجه در توپولوژی است که می‌گوید مهم نیست چقدر یک دیسک را بکشید، بپیچانید، تغییر شکل دهید یا دفرمه کنید (تا زمانی که آن را پاره نکنید)، همیشه یک نقطه وجود دارد که در مکان اصلی خود باقی می‌ماند.

بعدها هم این هیجان و تسلط در نگاه دیگران هم دیدنی بوده است. همکلاسی‌های او در هاروارد [۲۸] می‌گویند که شیوه سخنرانی مریم فراموش‌نشدنی بوده است. او گاهی اوقات از فرط هیجان از خودش جلو می‌افتاد و سیل کلمات با حرکات دایره‌ای بزرگ دست‌هایش همراه می‌شد.

در ۱۴ سالگی آرزو داشت که نویسنده و ناولیست شود. با آن توصیف که کلمات و تخیل چگونه با سرعت‌های متفاوت در سخنرانی‌های او جاری می‌شد، کار سختی است حدس زدن به اینکه او چگونه نویسنده‌ای می‌شد. عنوان و چکیده یکی از مقالات او در ۱۸ سالگی به این صورت است: *اثبات ساده‌ای بر قضیه‌ای از شور*

در سال ۱۹۰۵، آ. شور ثابت کرد که حداکثر تعداد ماتریس‌های مختلط دو به دو مستقلا خطی از مرتبه n برابر است با $1 + [\frac{n^2}{4}]$.

چهل سال بعد، جیکوبسن قضیه شور را با روش ساده‌تری ساخت و آن را از میدان‌های بسته جبری به میدان‌های دلخواه تعمیم داد. ما اثبات ساده‌تری برای این قضیه می‌آوریم.

با تقلید از کتاب ایرج پزشکزاد، به نام *حافظ ناشنیده پند* [۱۴]: عمر در حالی که نسخه اولیه مقاله مریم را می‌خواند به او گفت: جان مریم، عنوان و چکیده خوبی نوشتی، اگر درست فهمیده باشم، درواقع می‌خواهی بگویی: شور کوزه‌گر چنان کرد، جیکوبسن استاد چهل سال بعد چنان پروراند و من ساده‌تر به شمایان چنین و چنان می‌گویم. البته اینگونه هم می‌توانی بگویی:

در کارگه کوزه‌گری کردم رای
در پایه چرخ دیدم استاد بپای
میکرد دلیر کوزه را دسته و سر
از کله پادشاه و از دست گدای

حتما کوزه‌گر بینوا خودآگاه نبود و خبر نداشت که آن دسته و سر کوزه‌اش، در واقع دسته و سر و کله گدا و پادشاهی بوده است که در زمانه بیدار شدن اصحاب کهف می‌زیسته‌اند و برو بیایی داشتند. شاید فقط از ریاضی‌دانی خیام برمی‌آمد که انتزاعی تصور کند و رای کند و نگاه کند به آن کارگه و به ذهنش برسد که آن چرخ با چرخیدن آن منحنی، کله‌ای و دستی می‌سازد و رویه‌ای می‌شود و آنگاه با آن منجم دانی‌اش حدس بزند که این کله و سر برای پادشاهی بوده است و گدایی در فلان قرن قبل! تو گویی کوزه گر با چشم حس کوزه گری می‌کند و عمر خیام که شاید چشم حس کوزه گری نداشته باشد اما با چشم دریایی رباعی می‌سراید که آن کوزه و آن استاد چه و چه بوده است.

با این دست فرمان، سوالی که به ذهن می‌رسید این است که اگر او به واقع نویسنده یا داستان نویس می‌شد، چه سبکی می‌داشت؟ چه سبک نویی را در رمان نویسی می‌توانست ابداع کند. شاید رمانی مثل پختستان می‌نوشت [۱۵] شاید هم همان سبک را ادامه می‌داد و کتاب شکل فضا [۳۰] را می‌نوشت و از روی آن بازی‌های کامپیوتری بسیار درست می‌کرد. مثلا بازی درست می‌کرد که مردم بر روی میز عجیب غریب که ساختار هذلولی دارد، بیلیارد بازی کنند، مگر دینامیک توپ بیلیارد را بر روی چنان فضایی را کشف نکرد، پس دور از انتظار نیست که چنان کند. این‌چنین باعث حیرانی و مستی مردم هم می‌شود که هزاران سال بر روی میز مستطیلی شکل ساده اقلیدسی بیلیارد بازی می‌کردند. شاید هم رمانی مثل *حیرانی و مستی* می‌نوشت [۱۶] که شخصیت اصلی آن خیام هست!

در سال ۱۳۹۵، در مقاله‌ای که با الکس اسکین [۲۷] نوشت، ثابت کرد که اگر تمام فضاهای پیمانه‌ای منحنی‌ها را در نظر بگیریم، شبیه میز بیلیارد، در آن صورت نقطه‌ای (شبیه وجود نقطه ثابت

براور که دهه‌ها قبلتر در ۲۱ سالگی در سمینار دانشجویی از آن سخن راند) وجود دارد بر روی آن که اگر شمع یا فانوسی را بر ان بگذاریم، با انعکاس‌های متوالی می‌تواند همه آن میز را روشن کند. برگردیم به رباعی خیام ریاضی‌دان و شاعر:

این چرخ و فلک که ما در او حیرانیم
فانوس خیال از او مثالی دانیم
خورشید چراغ دان و عالم فانوس[1]
ما چون صوریم کاندرو گردانیم

این رباعی به واقع شبه‌نمایش مشهور افلاطون درباره سایه‌ها بر دیوار غار را یاد آوری می‌کند. به نوعی توصیفی عالیست از جهانی پیمانه‌ای از انحناها و توانایی‌های انسان. عمرخیام و مریم میرزاخانی روایتگر با استعداد هر دو بودند در زمانه خود.

۶. گفتار پایانی

در این مقاله، سعی شده است که شواهدی تاریخی بر نوع شناخت شناسی مریم میرزاخانی ارائه شود. با این حال شاید واقعا نشود به طور کامل چنین شواهد و یکسان سازی‌هایی را عین هم دانست یا تطبیق داد، چنان که مولانا می‌گوید:

دل من گرد جهان گشت و نیابید مثالش
به که ماند؟ به که ماند؟ به که ماند؟ به که ماند؟
هله خاموش که بی‌گفت از این می همگان را
بچشاند بچشاند بچشاند بچشاند.

همچنین این مطلب نه یک مقاله علمی در علوم پایه خاصه ریاضیات، نه مقاله‌ای در ادبیات که نویسنده بهره‌ای از تخصص در آن نبرده است نه مقاله‌ای در تاریخ علم است که باز، نویسنده، بی‌تخصص در تاریخ علم محسوب می‌شود. با این تفاسیر، از دیدگاه نویسنده، این متن فقط ادای دینی بود به همدرس و هم وطن با ذهن زیبایی که حقیقت و حیرتی زیبا را روشن کرد و به زیبایی نوشت و خود خاموش شد.

تشکر: با سپاس از دکتر غلامرضا رکنی که در مراحل مختلف و البته طولانی مدت نگارش این متن مشوق و راهنمای بسیار با محبت نویسنده بودند. همچنین با تشکر از دوست نازنینم دکتر فرید بهروزی که گپ‌های حضوری و مجازی با او همیشه مفید، دلگرم کننده و انگیزه بخش بود. همچنین از زینب عبادی عزیز جهت تطبیق و تبدیل نسخه لاتکس و پی دی اف به نسخه مایکروسافت ورد ممنونم.

منابع

۱. رضا منصوری، *سندرم دوره نقل، حاشیه‌ای بر معماری علم*، انتشارات دیباییه، ۱۴۰۱.
۲. فرید بهروزی، *چرا زیبایی حقیقت هست*، در حال آماده سازی برای چاپ،
۳. *معماهایی برای رازگشایی از عالم*، کامران وفا، با ترجمه حسام الدین ارفع، فرهنگ نشر نو، ۱۴۰۲.
۴. ایمان افتخاری، مروری بر پژوهش‌های ریاضی مریم میرزاخانی، مجله *اخبار پژوهش‌های دانش‌های بنیادی*، شماره ۷۳ (۱۳۹۳)- صص. ۲۷– ۱۷
۵. ایمان ستایش، عل کمال نژاد، آشنایی با فضای پرمایش، مجله *اخبار پژوهش‌های دانش‌های بنیادی*، شماره ۷۳ (۱۳۹۳)- صص. ۳۷–۳۰
۶. احسان سنایی، در هزارتوی بردبار خمینه‌ها و خطوط، از مریم میرزاخان چه در خاطرتاریخ علم خواهد ماند؟، خبرنامه انجمن ریاضی ایران، شماره ۵۲
۷. خسرو منصف شکری، مریم میرزاخانی، چشم‌اندازی تاریخی برای دو دستاورد او، مجله *نامه علوم پایه*، شماره پنجم، بهار ۱۴۰۱
۸. هادامارد، *روان شناس ابداع در علوم ریاضی*، ترجمه عباس مخبر، نشر نیو، ۱۳۹۸.
۹. الن بدیو، *در ستایش ریاضیات*، با ترجمه علی حسن زاده، نشر نگاه، ۱۴۰۴.
۱۰. محسن هشترودی، *سیر اندیشه بشر*، انتشارات آزاده، ۱۳۶۲.
۱۱. محسن هشترودی، *جهان اندیشه، دانش و هنر*، نشر دهخدا، ۱۳۵۰.
۱۲. قدمعلی سرام و پروین رضایی، بازتاب حیرت و حیران خیام در ادبیات فارسی، *متن شناسی ادب فارسی*، ۶، ۱، ۴۰۰–۲۵، ۱۳۹۳.
۱۳. خبرنامه انجمن ریاضی ایران، شهریور ۱۴۰۲
۱۴. ایرج پزشکزاد، *حافظ ناشنیده پند*، انتشارات قطره، ۱۴۰۴
۱۵. ادوین ابوت، *پختستان*، انتشارات کارنامه، ترجمه منوچهر انور، نشر کارنامه، ۱۴۰۴.
۱۶. هارولد لمب *حیران و مست* با ترجمه فریدون زاهدی، نشر پردیس دانش، ۱۳۹۵.
17. Dijkstra (2001), in an interview with Philip L. Frana. (OH 330; Communications of the ACM 53(8), 41-47
18. Stacey, Kaye, L. Burton, and J. Mason. *Thinking mathematically*. London:Addison-Wesley, 1982.
19. Poincare, 1904, The Foundations of Science: *Science and Hypothesis, the Value of Science, Science and Method*

۱. فانوس خیال هندی استوانه‌ای نقاشی‌شده بود که با گرمای شمع می‌چرخید و سایه‌های متحرکی را بر روی دیوار سبب می شد، شبیه پرده‌های نمایش امروزی.

20. Kalantari, Bahman, and Rahim Zaare-Nahandi. ”On Tusi’s Classification of Cubic Equations and its Connections to Cardano’s Formula and Khayyam’s Geometric Solution.” arXiv preprint arXiv:2201.13282 (2022).
21. Stewart, Ian. *Why beauty is truth: a history of symmetry*. Basic Books, 2008.
22. J.S. Russell, “Report on Waves”, (14th Meeting of the British Association for the Advancement of Science, 1844)
23. Palais, Richard. ”The symmetries of solitons.” Bulletin of the *American Mathematical Society* , 34.4(1997) 339-403
24. Kasman, Alex. Glimpses of soliton theory: the algebra and geometry of nonlinear PDEs. Vol. 100. *American Mathematical Society*, 2023.
25. Magri, Franco. ”A simple model of the integrable Hamiltonian equation.” *Journal of Mathematical Physics* 19.5 (1978) 1156-1162.
26. Mirzakhani, Maryam. ”Weil-Petersson volumes and intersection theory on the moduli space of curves.” *Journal of the American Mathematical Society* 20.1 (2007) 1-23 .
27. Eskin, Alex, and Maryam Mirzakhani. ”Invariant and stationary measures for the action on moduli space.” *Publications Mathématiques de l’IHÉS* 127 (2018): 95324.
28. Maryam Mirzakhani 1977-2017, Notice of the AMS, 1221. Page 2.
29. Hamenstadt, Ursula. ”Zooming in and out: the work of Maryam Mirzakhani from the eyes of a geometer.” (2018).
30. Weeks, Jeffrey R. The shape of space. CRC press, 2001.
31. Interview with Research Fellow Maryam Mirzakhani, Clay Mathematics Institute Report, 2008,
32. Bertola, Marco, Boris Dubrovin, and Di Yang. ”Correlation functions of the KdV hierarchy and applications to intersection numbers over M¯g,n, .” Physica D: Nonlinear Phenomena 327 (2016): 30-57.
33. Magri, Franco. ”A simple model of the integrable Hamiltonian equation.” *Journal of Mathematical Physics* 19.5 (1978) 1156-1162.
34. Gel’fand, I.M., Dikii, L.A.(1975).AsymptoticbehaviouroftheresolventofSturmLiouville equations and the algebra of the Korteweg-de Vries equations. *Russian Mathematical Surveys*, 30(5): 77.
35. Hasimoto, Hidenori (1972),”A soliton on a vortex filament”, *Journal of Fluid Mechanics*, 51(3): 477-485.
36. Ricca, Renzo L.”Rediscovery of da Rios equations.” *Nature*. 352.6336 (1991): 561-265.
37. Dyson, Freeman. ”Birds and frogs.” Notices of the AMS 56.2 (2009): 212-223.
38. Millman, Richard S. ”Kleinian transformation geometry.” *The American Mathematical Monthly* 84.5 (1977) 338-349.
39. Klein, Felix. ”A comparative review of recent researches in geometry.” *Bulletin of the American Mathematical Society* 2.10 (1893): 215-249.