نگاهی به تاریخ ریاضی و تاثیر آن بر تمدن: گذری بر معنا

خسرو تاج‌بخش، سید محمدباقر کاشانی
دانشکده علوم ریاضی- دانشگاه تربیت مدرس
khtajbakhsh@modares.ac.ir
نامه علوم پایه شماره ۱۴، پاییز و زمستان ۱۴۰۳

چکیده

در این مقاله نگاهی گذرا بر معنی ریاضی، تاریخ، جایگاه و تاثیر آن بر تمدن بشر داریم. سرگذشت، روند پیشرفت و تاثیر مستقیم و غیرمستقیم شگرف ریاضی در پرورش فکری انسان‌ها، پیشرفت دیگر دانش‌ها و فن‌آوری با مرور تمدن‌های باستانی، تمدن یونان و رم، تمدن اسلامی و تمدن نوین از قرن ۱۷ میلادی تاکنون، بسیار کوتاه بررسی می‌شود. در مقاله گفته می‌شود جامع‌ترین معنی(تعریف) ریاضی چنین است: ریاضی هر آن چیزی است که ریاضی دانان مطالعه می‌کنند. در اهمیت ریاضی برای فرهنگ عمومی جامعه بیان می‌شود که این دانش انسان را اندیشمند، پرسش‌گر، برهان جو (استدلالی)، خلاق، نقاد، منظم، منطقی و با توان حل مسئله پرورش می‌دهد. در این بررسی از جمله دیده می‌شود تمدن اسلامی با جذب تمدن‌های پیش از خود و تکامل بخشیدن آنها و نیز آفرینش‌های زیاد به ویژه در ریاضی و انتقال آنها به غرب سهمی درخشان از تمدن کنونی دارد. در پایان به جایگاه ریاضی در جهان، از قرن هفدهم به بعد، بسیار کوتاه مرور شده است.

کلید واژگان: ریاضی، تمدن‌های باستانی، تمدن ایرانی، تمدن یونانی، اروپای مدرن، انقلاب فکری، انگاره‌ها

۱. پیش گفتار

ریاضی به عنوان دانشی که زاییده نیاز و فرآورده اندیشه انسان است، پیشینیه و جایگاهی همسنگ (بلکه بالاتر از) خط و زبان دارد. گرچه سرچشمه این دانش[1] از آغاز تاکنون نیازهای بشر و برگرفته از طبیعت بوده و می‌باشد، ولی بشر با توانایی اندیشیدن خود «مفهوم‌ها، ساختارها و مدل‌های مجرد ویژه‌ای» آفریده و می‌آفریند و با آن‌ها کار می‌کند. به این فعالیت فکری ریاضی گویند. البته آنچه بشر در این زمینه در ذهن خود می‌آفریند با تقریب در عالم طبیعت به کار می‌رود و این کاربرد، سودمندی شگفتی‌آور و ضرورت بی‌جایگزین آن را تضمین کرده و می‌کند. ریاضی بخشی از دانش است که به موضوع‌هایی می‌پردازد که آن موضوع‌ها با عددها، فرمول‌ها، ساختارهای مرتبط‌شان، «شکل‌ها»، «مدل‌ها» و فضاهایی که این «مفهوم (شیء)ها» در آن‌ها هستند و نیز «کمیت‌ها» و تغییرهایشان، سر و کار دارند. به بیان کلی دیگر ریاضی عبارتست از مطالعه مجموعه‌ها[2] همراه با ساختارهایی بر آن‌ها و نیز رابطه بین آن‌ها. البته باید گفت در بین ریاضی‌دانان درباره چیستی (ماهیت) ریاضی اتفاق نظر وجود ندارد. برخی می‌گویند ریاضی هر آن چیزی است که ریاضی‌دانان مطالعه می‌کنند. ریاضی مدرن، امروزه در بردارنده بخش‌های آمار و احتمال، آنالیز و جبر (هر دو در پیوند با دیگر بخش‌های ریاضی و دانش) هندسه، توپولوژی، دستگاه‌های دینامیکی، نظریه اعداد، منطق ریاضی، دانش رایانه، فیزیک ریاضی، ریاضی گسسته ، ... و آنچه زیر عنوان ریاضی کاربردی می‌آید، می‌باشد.

در دنیای کنونی، ریاضی در دانش‌های طبیعی (فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، زمین‌شناسی و جز آن)، هندسی، پزشکی، حوزه (بخش) مالی و پولی و فناوری اطلاعات (داده‌ها) و دانش رایانه (و کاربرد آن) به ویژه هوش مصنوعی و حتی علوم انسانی و هنر به کار می‌رود و دارای نقش بنیادین بی‌جایگزین است. ریاضی در واقع زبان، ابزار و پیش‌ران (البته هم‌زمان متأثر از) دانش است. اگر چه ریاضی به صورت گسترده برای مدل کردن پدیده‌های عالم به کار می‌رود ولی حقیقت‌های بنیادی ریاضی از هر آزمایش عملی مستقل (نابسته) است. نیز ریاضی دانشی یقینی است که برخلاف دانش‌های تجربی نقض نمی‌شود، بلکه تکامل می‌یابد (مانند انتگرال لبگ که گسترش (تعمیم‌یافته) انتگرال ریمان است)، این ویژگی‌های ریاضی از آن روست که این دانش بر پایه تعریف‌ها و اصل‌هایی که مبانی نامیده می‌شوند استوار است و گزاره‌های ریاضی از آن مبانی بر پایه منطق (ریاضی) به دست می‌آید. ریاضی،

1. Knowledge
2. Sets

دانشی است که انسان را اندیشمند، پرسشگر، برهان‌جو (استدلالی) خلاق، نقاد، منظم، منطقی و با توان حل مسئله پرورش می‌دهد. (بخش‌های زیادی از) دانش تجربی و حتی علوم انسانی (به ویژه اقتصاد) و اجتماعی تنها به کمک ریاضی می‌تواند صورت‌بندی[1]، مدل‌سازی و بیان شود. برای نمونه ریاضیات مهندسی که از بخش‌های چندی از ریاضی(مانند جبر خطی، حسابان، معادله‌های دیفرانسیل و همچنین بخش‌های گوناگون ریاضی کاربردی) بهره می‌برد، مهم‌ترین ابزار نظری تبیین، شناخت و پیش بینی پدیده‌های مهندسی و نیز تولیدهای فناورانه مهندسی است. نیز امروزه بسیاری از پدیده های اجتماعی به کمک آمار و نظریه‌های بازی و احتمال، تبیین و پیش بینی می‌شود همچنین در حوزه مالی، ریاضی مالی ابزاری سودمند و کلیدی برای فعالیت در این بخش است. یک نمونه مستقیم کاربرد دیگر عبارت است از مکانیک آماری، کاربرد بسیار جدید و زیبای دیگر عبارت است از علوم اجتماعی رقومی[2] (روندها و اندرکنش‌های اجتماعی را با به‌کاربردن ابزارهای پژوهشی رقومی مانند استخراج داده شبکه[3]، کاوش متن[4]، آنالیز شبکه[5] و شبیه‌سازی اجتماعی[6] مطالعه می‌کند). چون ریاضی داده‌های تجربی را مجرد[7] و گسترش‌یافته[8] می‌کند، پژوهشگر تجربی را به پیش‌بینی‌ها و پیش‌گویی‌های علمی درست (ولی هنوز آزمایش نشده) رهنمون می‌شود و این فرآیند دانش تجربی را فراتر از آزمایش‌ها به پیش می‌برد. یک نمونه بسیار مهم حدس نظری وجود سیاهچاله[9] در کیهان توسط فیزیک‌دانان به کمک ریاضی است (دوره زمانی ۱۹۱۶ تا ۱۹۷۰) که چهار دهه پس از آن اخترفیزیک‌دانان شواهد تجربی بر وجود آن‌ها یافتند و نمونه اخیر و زیبای دیگر این فرآیند حدس ریاضی وجود ذره‌ای بنیادی توسط فیزیک‌دان نظری پیتر هیگز (برنده جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۱۳) در دهه ۱۹۶۰ است که اکنون به نام بوزون هیگز یا ذره خدا نامیده می‌شود و در سال ۲۰۱۲ در آزمایشگاه سرن وجود تجربی آن ثابت شد. در مدل استاندارد ذره‌های بنیادی در فیزیک، بوزون‌های هیگز توضیح می‌دهند که چرا هر ذره، جرم ویژه خود را دارد.

در این مقاله، نگاهی گذرا به پیشینه ریاضی از دوره باستان تاکنون داریم و تأثیر شگرف آن را بر جریان‌های فکری و دانش می‌بینیم. این مقاله بر پایه بازبردهای(مراجع) [۱]–[۱۲]نوشته شده است.

۲. تمدن‌ها و ریاضی

تمدن‌های باستانی ریاضی پیشینه‌ای کهن دارد. بشر دست‌کم از زمان یکجانشینی که به دامداری و کشاورزی و پس از آن به داد و ستد پرداخت، برای شمارش دام‌ها و ... و ساخت سرپناه و در کشاورزی برای اندازه‌گیری زمین‌های زیر کشت، مصون ماندن آن‌ها از تاثیرهای مخرب جزر و مد ،طغیان رودخانه‌ها و نیز (مسیر، «زمان» و اندازه) آبیاری ، برداشت محصول و دیگر نیازهای زندگی ... مفهوم‌های شمارش (عدد) و کارکردن با آن‌ها، حساب و هندسه را (آن‌چنان که نیاز داشت) در ابتدایی‌ترین صورت ابداع نمود و به کاربرد. با گذشت زمان، ریاضی‌ای که بشر نیاز داشت در تمدن‌های چین (در کنار رودهای یانگ تسه و زرد – از حدود ۵۰۰۰ سال پیش از میلاد)، میان‌رودان (بین‌النهرین) (بخش‌های بین دو رود دجله و فرات، در بردارنده کشورهای عراق، ایران، سوریه و ترکیه، حدود ۳۱۰۰ – ۵۳۹ پیش از میلاد)، مصر (در شمال شرقی آفریقا در دره رود نیل، حدود ۳۰۰۰ سال پیش از میلاد تا تسخیر آن به دست اسکندر مقدونی، ۳۳۰ پیش از میلاد)، هند (در بخش رود سند، ۳۰۰۰– ۱۸۰۰ پیش از میلاد)، و پارس (امپراطوری پهناور پارس، شاهنشاهی هخامنشی، حدود ۵۵۰–۳۳۰ پیش از میلاد) شکل گرفت. برای نمونه ساخت دیوار چین (یکی از عجائب هفت‌گانه جهان)، آبراه بزرگ چین و جاده ابریشم (شاهکارهای مهندسی)، اهرام مصر، تخت جمشید و اداره امپراتوری عظیم هخامنشی با توجه به گستردگی و گوناگونی سرزمینی و اقوام، از نظر سامانه‌های ارتباطی (راه و ...)، سامانه پیچیده و حیرت‌انگیز آبرسانی و کشاورزی و نیز تنظیم امور مالی و ... نیازمند پیشرفت شگفت‌آور (نسبت به گذشته) در ریاضی کاربردی و کاربرد ریاضی بوده است.

به بیان مشروح‌تر، ریاضی در **تمدن میان رودان (بین النحرین)** از جمله شامل ابداع یک دستگاه شمارش بر پایه عدد ۶۰ بوده که بسیار کارا بوده است (تقسیم یک ساعت به ۶۰ دقیقه، یک دقیقه به ۶۰ ثانیه و نیز تقسیم محیط دایره به ۳۶۰=۶۰*۶ درجه همه بر پایه این دستگاه شمارشی است) نیز کار کردن با کسرها و حل برخی معادله‌های درجه دو و سه و ابداع‌های دیگر در ریاضی تمدن میان رودان بوده است.

در **تمدن‌های چین و هند**، ریاضی شامل گسترش یک دستگاه شمارش بر مبنای ۱۰، معرفی مفهوم ضرب عدد (به صورتی که امروزه به کار می‌بریم)، آشنایی ساده با عددهای منفی و ناگویا، ساختن برخی جدول‌های مثلثاتی و یافتن فرمول محاسبه مساحت برخی شکل‌ها بویژه مثلث بوده است.

در **تمدن پارس**، ریاضی به مفهوم واقعی کاربردی بوده است که در ساختن جاده، ساختمان، ابزارها، سازه‌های آبی، نقشه برداری، اندازه‌گیری زمین‌ها و ابداع واحدهای اندازه گیری به کار می‌رفته است.

1. formulated, formalized
2. digital social science
3. Web scraping
4. Text mining
5. Network analysis
6. Social simulation
7. abstract
8. generalized, extended

۹. سیاهچاله بخشی از کیهان است با گرانشی بسیار نیرومند که هیچ چیز حتی ذره‌ها و تابش‌های الکترومغناطیسی مانند نور نمی‌توانند از میدان گرانش آن بگریزند.

تمدن یونان و رم در تمدن یونان (حدود سده هشتم تا ششم پیش از میلاد) و رم (در شبه‌جزیره ایتالیا و در کنار دریای مدیترانه، حدود سده هشتم پیش از میلاد تا سده دوم میلادی) که به دوره باستان یا کلاسیک نیز شناخته می‌شود، بسیاری از پایه‌های فرهنگ غربی بنا نهاده شد که بر سیاست، فلسفه، هنر، معماری و دیگر جنبه‌های زندگی بشر تاثیری شگرف داشته و دارد. در این تمدن با بهره گرفتن از تمدن‌های پیشین، ریاضی نسبت به گذشته پیشرفت چشمگیری نمود و به‌صورت دانش مدون بر پایه اثبات استنتاجی به جای اثبات استقرایی که در تمدن‌های پیشین به کار می‌رفت، درآمد. یونانی‌ها منطق و ریاضی دقیق را برای اثبات قضیه‌ها بر پایه تعریف‌ها و اصل‌های موضوع به کار می‌بردند. در این تمدن، ریاضی نسبت به تمدن‌های پیشین بسیار عمیق‌تر شد. برخی از کشف‌های هندسی و موضوع‌های ریاضی شامل مطالعه مقاطع (برش‌های) مخروطی (دایره، سهمی، ابربریک (هذلولی) و بیضی)، با به کار بردن تنها خط کش نامدرج و پرگار، دو برابر ساختن مکعب (ساختن مکعبی که حجمش دو برابر حجم یک مکعب داده شده باشد)، تثلیث زاویه یعنی ساختن زاویه‌ای با اندازه یک سوم زاویه داده شده، تربیع دایره یعنی ساختن مربعی با مساحت برابر مساحت یک دایره داده شده در تعدادی گام با پایان. اکنون می‌دانیم هیچ یک از این سه مسله با به کار بدن ابزارهای گفته شده حل شدنی نیست. برخی نام‌های ماندگار ریاضی از آن دوران عبارتند از: تالس، ارشمیدس، اقلیدوس، فیثاغورث (او می‌گفت همه‌چیز عدد است، و برتراند راسل درباره او می‌نویسد هیچ‌کس را نمی‌شناسم که در عالم اندیشه به اندازه فیثاغورث تأثیرگذار بوده باشد)، بطلمیوس و آپولو نیوس (هندسه‌دان بزرگ آن دوران) و ... (خواننده علاقه‌مند برای آگاهی بیشتر از این تمدن می تواند بازبرد [۳] را ببیند). نقش‌آفرینی این تمدن در ریاضی تا به آنجاست که حتی در ریاضی نوین امروزی بخشی از هندسه به افتخار اقلیدس – هندسه اقلیدسی[1] نامیده می‌شود. گفتنی است هیلبرت (۱۸۶۲–۱۹۴۳) هندسه تدوین‌شده به زبان روزگار تمدن یونان توسط اقلیدس را به زبان امروزی در کتاب اصول هندسه بازبیان (تالیف) کرده است.

تمدن اسلامی پس از این تمدن به تمدن اسلامی (سده ۸–۱۳ میلادی) می‌رسیم. حوزه جغرافیایی این تمدن دربردارنده شبه جزیره ایبری (شامل کشورهای اسپانیا و پرتغال امروزی) تا شمال آفریقا و خاورمیانه، آسیای مرکزی، افغانستان، ایران و حتی بخش‌هایی از هند بوده است. این تمدن گردایه‌ای رنگارنگ، زیبا و غنی از فرهنگ‌ها و دستاوردهای بزرگ بوده که بر بسیاری از جنبه‌های زندگی بشر شامل دانش (به ویژه ریاضی)، فناوری و ... تاثیر بسزایی داشته است. در تمدن اسلامی، هم تمدن‌های پیشین (به ویژه تمدن یونان و رم) (از جمله دانش ریاضی) کشف، زنده (احیا)، نگه‌داری و بهره‌برداری شد، هم نوآوری‌های بسیار به‌ویژه در ریاضی بر آن‌ها افزوده شد. برای نمونه دستگاه عددنویسی کنونی (بر مبنای ده (۱۰))، میراث تمدن هند و هندسه و مثلثات (هر دو به ابتدایی‌ترین صورت آن‌ها)، میراث تمدن یونان است که توسط تمدن اسلامی، فرا گرفته، تکامل‌یافته و به کار برده شد. همچنین ابداع شاخه جبر[2] در ریاضی (در ابتدایی‌ترین صورت آن) و حل برخی معادله‌های چندجمله‌ای و نیز پایه‌گذاری بنیان‌های حساب از نوآوری‌های ریاضی‌دانان در تمدن اسلامی است که در دوران رنسانس دستگاه عددنویسی، و دیگر نوآوری‌های ریاضی‌دانان سرزمین‌های اسلامی از طریق تمدن اسلامی به اروپا منتقل شد و پس از آن گسترش جهانی یافت. این‌ها تنها نمونه‌هایی از خدمت تمدن اسلامی به تمدن کنونی است، بجاست نام برخی از نام‌دارترین ریاضی‌دانان بزرگ تمدن اسلامی و گوشه‌ای از کارهایشان در اینجا آورده شود:

محمد بن موسی خوارزمی (۱۸۵– ۲۳۳ ه.ق) بنیان‌گذار (ابتدایی‌ترین صورت) جبر نوین و حل‌کننده معادله‌های درجه ۲، ترجمه کتاب الجبر و المقابله از او توسط رابرت چستر در سال ۱۱۴۵ م انجام شد و تا سده ۱۶ م کتاب درسی دانشگاه‌های اروپا بود. کتاب حساب الهند از او چندین بار به لاتین ترجمه شد. عددنویسی و حساب خوارزمی حدود چهار سده پس از او توسط فیبوناتچی به اروپا معرفی شد. واژه انگلیسی algebra از واژه عربی الجبر (بخشی از نام کتاب خوارزمی) و واژه algorithm انگلیسی‌شده نام او، الخوارزمی است.

ابوریحان بیرونی (۳۶۲– ۴۴۲ ه. ق) از بزرگ‌ترین دانشمندان مسلمان و یکی از بزرگ‌ترین دانشمندان ایرانی در همه زمان‌ها و ریاضی‌دان، بلکه همه‌چیزدان زمان خود بود. مهم‌ترین اثر او التنجیم به زبان فارسی برای مطالعه نجوم به کمک ریاضی است؛ این کتاب چند سده کتاب درسی برای تعلیم ریاضی و نجوم بوده است.

عمرخیام نیشابوری (۴۴۰–۵۱۷ ه. ق) دارای پژوهش‌های تاثیرگذار در جبر و نجوم به‌ویژه پژوهش درباره معادله‌های جبری و حل هندسی برخی معادله‌های درجه سومبه کمک مقاطع (برش‌های) مخروطی و انجام محاسبه‌ها و تدوین گاه‌شماری (تقویم) ایران با دقتی بسیار بیشتر از گاه‌شماری میلادی.

خواجه نصیرالدین طوسی (۵۷۹–۶۵۳ ه.ق) از بنیان‌گذاران مثلثات به عنوان یک شاخه علمی و به‌کاربرنده ریاضی در نورشناسی (اپتیک)، نجوم و تدوین زیج[3] ایلخانی. زیج ایلخانی سده‌ها از اعتبار ویژه‌ای در بسیاری از سرزمین‌های آن زمان از جمله چین برخوردار بوده است و در سال ۱۳۵۶ میلادی (سیصد

۳. دربردارنده داده هایی از گاه شناسی، طول و عرض جغرافیایی، عملیات مثلثاتی، عملیات نجوم کروی و غیره بوده است.

1. Euclidean Geometry
2. Algebra

سال پس از درگذشت طوسی) ترجمه و در اروپا منتشر شد.

غیاث‌الدین جمشید کاشانی (۸۰۸-۷۵۸ ه.ق) دارای پژوهش‌هایی مهم در مثلثات، عددهای کسری، یافتن تقریب برای عدد π و یافتن ریشه nام یک عدد).

تمدن نوین- رنسانس می‌توان گفت تمدن نوین با رنسانس آغاز می‌شود. رنسانس[1] (واژه فرانسوی به معنی نوزایی (تجدید حیات)) جنبش فرهنگی بسیار مهمی بود که آغازگر دورانی از انقلاب علمی، اصلاح(های) مذهبی و پیشرفت‌های هنری در اروپا شد. این نهضت در سده‌های ۱۴-۱۷ میلادی از شمال ایتالیا (به ویژه شهر فلورانس) آغاز شد و در طی سه سده به سراسر اروپا گسترش و نیز تکامل یافت و منجر به رخدادهای عظیم عصر روشنگری[2] (میانه سده ۱۷ تا پایان سده ۱۸ میلادی)، با راهبری فیلسوفانی چون فرانسیس بِیکن[3]، دیدرو، ولتر، مونتسکیو و کانت، و انقلاب صنعتی در انگلستان (دومین دگرگونی بزرگ دنیا) (۱۷۶۰-۱۸۴۰م) (به دلیل فراهم بودن شرایط این انقلاب در آن سرزمین و در آن زمان از هر نظر) شد که با این روشنگری و انقلاب صنعتی، دانش و فناوری آغاز به رشد روزافزون (غیرقابل سنجش با گذشته) نمود. این انقلاب پس از انگلستان سراسر اروپا، سپس جهان را فرا گرفت و دنیای امروزی بشر را چنان که می‌بینیم ساخته است. بیشتر پیشگامان و رهبران نهضت رنسانس و پی‌آمد آن عصر روشنگری، متفکران (شامل ریاضی‌دانان، فیلسوفان، دانشمندان علوم طبیعی)، نویسندگان و هنرمندان بوده‌اند. گفتنی است ریاضی در رنسانس هم علت بوده است هم معلول، یعنی هم در بین رهبران بزرگ رنسانس ریاضی‌دانان نامدار بوده‌اند، هم در اثر این نهضت، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان بزرگ (همه زمان‌ها) همچون نیوتن پرورش یافته است

۳. انقلاب‌های فکری و ریاضی

در اینجا تنها نگاهی گذرا به تأثیر (و تأثر) رنسانس بر (از) دانش (به ویژه ریاضی) داریم. به تعبیری دوره رنسانس دوره خردگرایی، ریاضی، منطق و انسان‌مداری است. در این دوران دگرگونی‌های فکری گوناگون و زیادی رخ داد که باید آن‌ها را پایه‌های بنیادین رنسانس و پی‌آمدهای آن دانست. خواننده برای آگاهی بیشتر از نقش ریاضی در تمدن نوین می‌تواند بازبرد ۶ رابببیند. برخی از مهم‌ترین دگرگونی‌های فکری رنسانس (که همگی متأثر از(مرتبط با) ریاضی است) عبارتست از:

انقلاب فکری کوپرنیک

نیکلاس کوپرنیک (۱۴۷۳-۱۵۴۳م) ریاضی‌دان و ستاره‌شناس آلمانی که با مشاهده‌ها و مطالعه‌های خود (به ویژه در ریاضی و متأثر از فیثاغورثیان) نظریه خورشید مرکزی منظومه شمسی را ارائه و گسترش داد و بر نجوم بطلمیوسی که حدود دو هزار سال نظریه پذیرفته شده توسط دانشمندان، عوام و به ویژه کلیسا بود، خط بطلان کشید. نظریه انقلابی کوپرنیک یکی از درخشان‌ترین تراوش‌های فکری و تجربی دوره رنسانس است که نه تنها آغازگر ستاره‌شناسی نوین بود، بلکه دیدگاه بشر را درباره جهان هستی دگرگون کرد، زیرا آموزه‌های کلیسا درباره جهان را به چالش کشید

شاخص‌ترین متفکر رنسانس، گالیله ایتالیایی (۱۵۶۴-۱۶۴۲م، ستاره‌شناس، فیزیک‌دان، ریاضی‌دان، همه‌چیزدان) است. گالیله با بازبیان و تکامل بخشیدن به نظریه خورشید مرکزی کوپرنیک می‌گفت: «حقیقت طبیعت همواره در برابر چشم‌های ماست. برای فهم این حقیقت باید با زبان ریاضی آشنا بود. زبان این حقیقت شکل‌های هندسی است». گالیله با اندیشه‌ها و آموزه‌های خود بنیان‌های نادرست آموزشی تا زمان خود را متزلزل و دانش فیزیک را از سیطره کلیسا بیرون آورد و آن را بر پایه‌های ریاضی استوار ساخت. گالیله که استاد ریاضی در دانشگاه پیزا بود با کشف قانون آونگ، آغازگر دانش دینامیک نوین بود. او با کشف قانون سقوط آزاد یا اصل هم‌ارزی بنیان فیزیک مدرن را بنا نهاد. گالیله همچنین موفق به ساختن اولین تلسکوپ در جهان شد و به کمک آن مشاهده‌های علمی سودمند زیادی در ستاره‌شناسی انجام داد.

انقلاب فکری دکارت

سومین انقلاب فکری را رِنِه دکارت فرانسوی (۱۵۹۶-۱۶۵۰م، ریاضی‌دان، دانشمند و فیلسوف) به راه انداخت. او خرد آدمی («می‌اندیشم، پس هستم») را به جای کتاب مقدس، سنت پاپ‌ها، کلیسا و فرمانروا نشاند که دگرگونی فکری بزرگی در پی آورد. روش دکارت برای فهم طبیعت، قیاسی و استنتاجی بود. او کتاب «گفتار در روش» را به چاپ رساند. وی با کشف رابطه بین جبر و هندسه و ابداع مفهوم دستگاه مختصات[4] انقلابی بزرگ در ریاضی پدید آورد و روشی پایه‌گذاری کرد که امروزه به هندسه تحلیلی معروف است.

اکنون به مهم‌ترین شخصیت پایان دوره رنسانس و آغاز عصر روشنگری می‌رسیم. ایزاک (اسحاق) نیوتن (۱۶۴۲-۱۷۲۷م، ریاضی‌دان، فیزیک‌دان) اهل انگلستان بود و به عنوان یکی از مؤثرترین دانشمندان سراسر تاریخ و شخصیتی کلیدی در انقلاب علمی شناخته می‌شود. دوره رنسانس علمی با انتشار کتاب «اصول ریاضی فلسفه طبیعی» او (چاپ شده در سال ۱۶۸۷) به اوج خود رسید. در این کتاب فرمول‌های قانون‌های حرکت[5] و گرانش[6] بیان شده بود که به کمک آن‌ها یکپارچگی کیهان‌شناسی نوین نیز پدید

1. Renaissance
2. Enlightenment
3. Bacon
4. Coordinates system
5. motion rules
6. gravity

آمد. قانون‌های حرکت نیوتن (موسوم به مکانیک نیوتنی) دیدگاه غالب علمی، تا پیش از ارائه نظریه نسبیت عام[۱] اینشتین بود. او (نیوتن) که استاد ریاضی دانشگاه کمبریج بود، با ابداع حسابان[۲] (حساب دیفرانسیل و انتگرال) اثری ماندگار در ریاضی نوین پدید آورد. لایب‌نیتز هم ناوابسته از نیوتن، این حساب را ابداع نموده است.

حیف است که در بحث رنسانس نام لئوناردو داوینچی (۱۴۵۲–۱۵۱۹م، ایتالیایی) آورده نشود. او شگفت‌انگیزترین شخصیت این دوران، دانشمند، نقاش، مجسمه‌ساز، معمار، موسیقی‌دان، مهندس، مخترع، آناتومیست، گیاه‌شناس و نویسنده بود. نبوغی که او در کارهایش از خود نشان داد، بیش از هر چیز دیگری مورد توجه نسل‌های آینده خود قرار گرفته است. نیز او را یکی از بزرگ‌ترین نقاشان تاریخ دانسته‌اند. مشهورترین تابلوهای نقاشی دنیا به نام «شام آخر» و «مونالیزا» از جمله کارهای اوست. او درباره ریاضی می‌گوید: «هیچ دانشی نمی‌توان یافت که بنا بر قانون‌های ریاضی پایه‌گذاری نشده باشد، و جایی هم نیست که نتوان از این قانون‌ها بهره برد.» او با افتخار سخن افلاطون را تکرار می‌کرد که: «باشد که هرکس ریاضی نخوانده است، به نوشته‌های من نگاه نکند.»

۴. ریاضیات مدرن

ریاضی از قرن هفدهم تاکنون پیشرفت‌های ریاضی در این سده‌ها را گزارش نموده و نیز نگاهی به دست آورده‌های برخی از مشهورترین ریاضی دانان این دوران داریم.

سده هفدهم میلادی یکی از مهمترین سده‌ها در تاریخ ریاضی است، زیرا میدان گسترده پژوهش در ریاضی در این سده برای بشریت فراهم شد. در این سده پیشرفت ریاضی چنان گسترده و گوناگون است که تنها می‌توان برخی از آنها را گزارش کرد. در بین دیگر پیشرفت‌ها می‌توان کشف لگاریتم، تدوین کاربرد درست فرمول نویسی و نمادهای کنونی در جبر، کشف هندسه‌های تحلیلی و افکنشی، پیشرفت بسیار زیاد در نظریه اعداد و تولد نظریه احتمال و ابداع حسابان (مشتق و انتگرال) را نام برد. سه تن از برجسته‌ترین ریاضی دانان این سده عبارتند از پاسکال، نپر و فرما[۳]. سده هجدهم میلادی سده کاربرد حسابان است. پیشرفت عمده در نظریه احتمال، ابداع معادله‌های دیفرانسیل عادی و پاره‌ای و تولد هندسه دیفرانسیل در این سده رخ داد. سده‌های نوزدهم و بیستم شاهد تولد و / یا بسیار زیاد ریاضی جدید بویژه توپولوژی عمومی، جبری و دیفرانسیل و نیز هنده در گسترده‌ترین معنی یعنی هندسه گسسته، محاسباتی، جبری و دیفرانسیل، دستگاه‌های دینامیکی، نظریه اعداد، منطق ریاضی، علوم نظری رایانه، فیزیک ریاضی و ریاضی گسسته بوده است. برخی از بزرگترین ریاضی دانان سده هجدهم شامل گاوس، دالامبر، لاگرانژ، لاپلاس، مونژ، فوریه و کوشی می‌باشد که با پژوهش های بنیادین و ماندگارشان در فیزیک و ریاضی مرزهای این دو دانش را هرچه بیشتر به جلو بردند.

سده‌های ۱۸–۲۱ (که همچنان ادامه دارد) شاهد پیدایش ریاضی‌دانان بسیار بزرگی بوده است که پژوهش‌هایشان دانش ریاضی و فیزیک را ورای تصور به پیش برده، در نتیجه فناوری هم به تبع آن پیشرفت شگفت‌انگیز نموده است. برخی از نام‌دارترین این ریاضی‌فیزیک‌دانان عبارتند از:

گاوس (۱۷۷۷–۱۸۵۵م، ریاضی‌دان، ستاره‌شناس و فیزیک‌دان) که پژوهش‌های مهمی در بخش‌های زیادی از ریاضی و فیزیک انجام داده است. او را برای تأثیر زیادش بر ریاضی «شاهزاده ریاضی»[۴] نامیده‌اند. از جمله کارهای ماندگار او مطالعه رویه‌ها (خمینه‌های دو بعدی) و ابداع خمیدگی گاوسی (نگاشت حقیقی هموار بر رویه که به صورت شهودی شکل رویه را مشخص می‌کند. این مفهوم، ریمان را به کشف و ابداع میدان تانسوری خمیدگی ریمانی که همین نقش را در خمینه‌های هموار با بعد دلخواه ایفا می‌کند، رهنمون شد) و کشف هندسه نااقلیدسی (به همراه لباچفسکی و بولای).

ریمان: ریمان (۱۸۲۶–۱۸۶۶م)، دارای پژوهش‌های عمیق در آنالیز، نظریه اعداد و هندسه دیفرانسیل، مبدع نظریه‌های انتگرال ریمان، رویه‌های ریمان (خمینه‌های مختلط یک بعدی) و هندسه ریمانی که با این هندسه بنیان‌های ریاضی نسبیت عام، بنا شد. او همچنین فرض (گمانه) نگاشت زتای ریمان[۵] را مطرح کرده است که همچنان مسأله‌ای باز است. فرض زتای ریمان در سال ۱۸۵۹ در مقاله‌اش با عنوان» تعداد عددهای اول کمتر از یک عدد داده شده» مطرح شد. این فرض عمیقا به توزیع عددهای اول مربوط است و پیامدی بنیادین در نظریه اعداد دارد.

---

۱. نسبیت عام، نظریه هندسی گرانش و توصیف پذیرفته شده کنونی از گرانش در فیزیک مدرن است. این نظریه قانون نیوتن از گرانش جهانی را پالوده می‌کند(refine) و توصیفی یکدست(unified) از گرانش به عنوان ویژگی‌های هندسی فضا و زمان یا فضا زمان ۴- بعدی به دست می‌دهد. به ویژه خمیدگی(curvature) فضا زمان با انرژی و شتاب آهنگ (momentum) ماده و تابشگری(radiation) موجود در جهان مستقیماً در رابطه است. این نظریه چارچوب مدرن (نو) کیهان شناسی را فراهم آورده و منجر به کشف مه بانگ (انفجار بزرگ) (Big Bang) (نظریه‌ای کیهان شناسی که وجود جهان مشاهده پذیر را از ابتدایی‌ترین دوران شناخته شده توضیح می‌دهد. این مدل توصیف می‌کند که چگونه جهان از یک وضعیت نخستین با دما و چگالی بسیار زیاد در گذر زمان انبساط یافته است.) شده است.

2. Calculus

۳. پاسکال بیشتر برای مثلث ضریب های دوجمله‌ای‌اش شناخته می‌شود. نپر بیشتر به خاطر کشف انتگرال مشهور است. فرما برای پژوهش‌هایش در نظریه اعداد و حساب بینهایت کوچک‌ها شناخته شده است.

4. Prince of Math

5. Riemann Zeta Function hypothesis

فرض بیانگر این است که ریشه‌های نگاشت زتای ریمان تنها عددهای درست منفی (ریشه‌های بدیهی) یا عددهای مختلط برخط بحرانی $X=\frac{1}{2}$ در صفحه مختلط هستند. نگاشت زتای ریمان چنین است:

$$\zeta(s)=\acute{O}\left\{\frac{1}{n^s}\right\} \quad =\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\dots$$

هیلبرت: هیلبرت (۱۸۶۲–۱۹۴۳م)، از بانفوذترین ریاضی‌دانان سده‌های ۱۹ و ۲۰. او نظریه‌های بنیادی زیادی از جمله نظریه ناورداها، حساب ورزشی، جبر جابه‌جایی، نظریه جبری اعداد، بنیان‌های هندسه[۱]، نظریه طیفی عملگرها و کاربردش در معادله‌های انتگرال، ریاضی فیزیک و مبانی ریاضی (به ویژه نظریه اثبات) را مطرح و تکامل بخشیده است. وی از اثرگذارترین ریاضی‌دانان در پیدایش و گسترش مکانیک کوانتومی و نظریه نسبیت بوده است. گفتنی است هیلبرت با معرفی ۲۳ مسئله باز ریاضی در کنگره بین المللی ریاضی دانان در سال ۱۹۰۰ نقشی بنیادی در جهت دهی پژوهش‌های ریاضی در قرن بیستم و پس از آن داشته است.

پوآنکاره پوآنکاره (۱۸۵۴–۱۹۱۲م، ریاضی‌دان، فیزیک‌دان نظری، مهندس و فیلسوف علم) پژوهش‌های اصیل عمیق زیادی در ریاضی محض و کاربردی (به ویژه در توپولوژی و دستگاه‌های دینامیکی[۲]) و فیزیک ریاضی و مکانیک آسمانی انجام داده است. یکی از یادگارهای ماندگار او انگاره پوآنکاره است که در سال ۱۹۰۴ مطرح نمود. این انگاره می‌گوید «هر خمینه توپولوژیک n بعدی بسته ساده همبند که گروه‌های مانستگی‌اش با مانستگی های کره n بعدی S^n یکریخت باشد با S^n همسانریخت[۳] است.» این انگاره از زمان بیانش توسط پوآنکاره تا زمان حلش برای حالت n=3 توسط پرلمان در سال‌های ۲۰۰۲–۲۰۰۶ (پرلمان در واقع انگاره کلی‌تر هندسی‌سازی خمینه‌های ۳ بعدی از ترستن را ثابت کرد و برنده جایزه فیلدز ریاضی شد ولی از دریافت آن خودداری ورزید) پژوهش‌های ریاضی عمیق بسیاری در خلال قرن بیستم میلادی در پی آورده است. این انگاره در حالت n=2 مسأله‌ای نه چندان سخت در توپولوژی است، حالت $n \le 5$ توسط اسمیل[۴] (ریاضی‌دان بزرگ آمریکایی و برنده جایزه فیلدز که کارهای ماندگاری در شاخه دستگاه‌های دینامیکی انجام داده است) در دهه ۱۹۶۰ و حالت n=4 توسط فریدمن (دیگر ریاضی‌دان بزرگ آمریکایی که برای کارهایش در زمینه خمینه‌های ۴ بعدی برنده جایزه فیلدز شده است) در دهه ۱۹۸۰ به اثبات رسید.

در پایان این معرفی کوتاه از پوآنکاره باید گفت او و کولموگروف (۱۹۰۳–۱۹۸۷م، دارای دستاوردهای برجسته در احتمال، توپولوژی، نظریه آشوب، مکانیک کلاسیک، منطق شهودی، نظریه الگوریتمی اطلاعات و نظریه پیچیدگی محاسباتی است) را بنیان‌گذاران اصلی توپولوژی (جبری) و دستگاه‌های دینامیکی می‌دانند.

گودل گودل (۱۹۰۶–۱۹۷۸م)، منطق‌دان (او را همچون ارسطو، بزرگ‌ترین منطق‌دان همه زمان‌ها دانسته‌اند)، ریاضی‌دان و فیلسوف مبدع و اثبات‌کننده اصل (قضیه) بسیار بنیادی ناتمامیت گودل[۵] است که به زبان فنی می‌گوید:

۱) هیچ الگوریتمی یافت نمی‌شود که درباره درستی یا نادرستی همه گزاره‌های ریاضی تصمیم‌گیری کند.
۲) دستگاه ریاضی کنونی مبتنی بر اصل‌هایی است که نمی‌توان ثابت کرد سازگارند.

بیان ساده اصل ناتمامیت این است که: هیچ الگوریتمی یافت نمی‌شود که همه مسأله‌های ریاضی را بتواند حل کند. به بیان عامیانه «ریاضی دانشی تمام‌ناشدنی است.»

کانتور کانتور (۱۸۴۵–۱۹۱۸م)، مبدع نظریه مجموعه‌ها، که نظریه‌هایش درباره مجموعه‌ها و مفهوم بینهایت[۶] انقلابی در ریاضی و جنجالی در فلسفه به پا کرد. با پژوهش‌های ایشان و دیگر ریاضی‌دانان این سده‌ها فیزیک نظری و ریاضی نوین شکل علمی کنونی یافته است و دانش فیزیک ریاضی و کیهان‌شناسی به بالاترین درجه تکامل خود (تاکنون) رسیده است. در اینجا خوب است افزوده شود که هیلبرت با ارائه لیستی از ۲۳ مسأله ریاضی باز چالشی در کنفرانس بین‌المللی ریاضی‌دانان در سال ۱۹۰۰ پیشران پژوهش‌های ریاضی در سده بیستم میلادی و پس از آن شده است

در سده بیستم و بیست و یکم میلادی (تاکنون) شاخه‌های گوناگون ریاضی[۷] مانند دیگر دانش‌ها پیشرفت روزافزون، انفجاری

---

۱. هندسه (واژه یونانی آن به معنی اندازه‌گیری زمین) شاخه‌ای از ریاضی است که با ویژگی‌هایی از فضا (در مفهوم گسترده، فضای هندسی مجموعه‌ای است با یک ساختار ریاضی که بر آن هندسه‌ای (مطالعه همه ناورداهای گروه نگهدارنده ساختار) بنا می‌شود)، مانند فاصله، شکل، اندازه و وضعیت نسبی شکل‌ها سر و کار دارد. هندسه و حساب قدیمی‌ترین شاخه‌های ریاضی است. تا سده ۱۹ هندسه تقریباً عبارت بود از هندسه \lr{Euclidean\}، در سده ۱۹ (و پس از آن) گستره هندسه بسیار گسترش یافت. در سده ۱۹، هندسه‌های نااقلیدسی پدیدار شد که زمینه بیان نسبیت عمومی در فیزیک را فراهم ساخت. امروزه هندسه دارای زیرشاخه‌های گوناگون: هندسه دیفرانسیل، هندسه جبری، هندسه محاسباتی، توپولوژی هندسی، هندسه گسسته (\lr{combinatorial geometry\}) و ... است و تقریباً در همه دانش‌ها و نیز در هنر و معماری و بخش‌های دیگر ریاضی به کار می‌رود.

۲. امروزه دستگاه‌های دینامیکی برای بیان و توصیف ریاضی بسیاری از پدیده‌ها در طبیعت و حتی جامعه به کار می‌رود.

3. Homeomorphic

4. Smale

5. Godel incompleteness theorem

6. infinity

۷. به ویژه دستگاه‌های دینامیکی، فیزیک ریاضی، هندسه و توپولوژی، نظریه اعداد، کاربرد ریاضی در رایانه، ریاضی گسسته (ریاضی گسسته شاخه‌ای از ریاضی است که با گردایه‌های گسسته سروکار دارد. ریاضی گسسته به ویژه به دلیل کاربردهای زیاد در دانش‌های رایانه اهمیت ویژه یافته است. در این زمینه ریاضی گسسته برای آفرینش و مطالعه الگوریتم‌ها و زبان‌های برنامه نویسی به کار می‌رود. برخی از زیرشاخه‌های ریاضی گسسته عبارت است از: ترکیبیات، نظریه گراف، هندسه و توپولوژی دیجیتال (رقومی)، نظریه اطلاعات (داده‌ها) و ...).

و بیش از همه دوران‌های پیشین نموده است و این روند با سرعتی پرشتاب ادامه دارد. برخی از نام‌دارترین ریاضی‌دانان اخیر (برندگان جایزه‌های فیلدز و ...) که در پیشرفت ریاضی نوین و در نتیجه دانش به مفهوم گسترده آن نقشی ماندگار داشته‌اند عبارتند از:

مایکل اتیا (عطیه) (هندسه‌دان، بیان و اثبات‌کننده قضیه اندیس عطیه–سینگر و از بنیان‌گذاران نظریه K – توپولوژیک[1])، گروتندیک[2] (بنیان‌گذار اصلی هندسه جبری نوین)، اسمیل (دارای پژوهش‌های عمیق و ماندگار در توپولوژی، دستگاه‌های دینامیکی و اقتصاد ریاضی)، گروموف (دارای پژوهش‌های بنیادی در هندسه، آنالیز و نظریه گروه‌های هندسی)، ترستن (توپولوژی و هندسه‌دان برجسته، ارائه‌کننده انگاره هندسی‌سازی ۳ خمینه‌ها)، چرن (توپولوژی و هندسه‌دان مبدع رده‌های چرن در توپولوژی جبری، او را پدر هندسه دیفرانسیل نوین می‌نامند)، دنالدسون و فریدمن (دارای پژوهش‌های عمیق و ماندگار به ویژه درباره خمینه‌های ۴ بعدی، یکی از نتیجه‌های پژوهشی شگفت‌انگیز آنان در این باره این است که: بر R^4 بی‌شمار ساختار هموارناهم‌ارز (موسوم به ساختارهای عجیب[3]) یافت می‌شود!! و مجموعه این ساختارها در تناظر دوسویی با R^2 است!)، ادوارد وتین (ریاضی‌دان و فیزیک‌دان نظری که پژوهش‌های عمیقی در نظریه ریسمان، گرانش کوانتومی، نظریه‌های میدان کوانتومی ابر متقارن و دیگر بخش‌های فیزیک ریاضی انجام داده است)، پرلمان دارای پژوهش‌های بنیادی ماندگار در آنالیز هندسی، هندسه ریمانی و توپولوژی هندسی که سرانجام در سال ۲۰۰۶ موفق به اثبات انگاره پوآنکاره و حالت کلی‌تر آن انگاره هندسی‌سازی ترستن شد.

سرانجام باید نام آلبرت اینشتین (۱۸۷۹–۱۹۵۵) فیزیک‌دان نظری را جداگانه آورد که نظریه نسبیت او در کنار مکانیک کوانتومی[4] (شاخه‌ای بنیادی از فیزیک نظری که با پدیده‌های فیزیکی در اندازه میکروسکوپی (بسیار کوچک) سر و کار دارد) دو ستون فیزیک مدرن به شمار می‌رود. دو فیزیک‌دان نظری (بنیان‌گذاران اصلی) مکانیک کوانتومی عبارتند از: هایزنبرگ (مبدع اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، که می‌گوید قطعیت اندازه‌گیری هم‌زمان سرعت و مکان ره، رابطه معکوس دارند) و شرودینگر (مبدع معادله شرودینگر، معادله‌ای که چگونگی تغییر حالت کوانتومی یک سامانه فیزیکی با زمان را توصیف می‌کند، $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}\psi$ که ψ نگاشت موج دستگاه کوانتومی، ثابت کاهیده پلانک و H عملگر همیلتونی است که انرژی کل برای هر نگاشت موج داده شده را به دست می‌دهد)

۵. انگاره‌ها

پایان‌بخش مقاله مسأله‌های ریاضی باز هزاره است. این مسأله‌ها پیشران پژوهش‌های ریاضی عمیق کنونی است.

در سده بیست و یکم میلادی و به تقلید از لیست مسأله‌های باز هیلبرت که پیش از این گفته شد، موسسه ریاضی کلی[5]، لیستی از مسأله‌های ریاضی باز چالشی را با عنوان مسأله‌های جایزه‌دار هزاره[6] در سال ۲۰۰۲ ارائه داده و برای حل هر کدام یک میلیون دلار جایزه پیشنهاد نموده است، این مسأله‌ها بخش‌های کاملاً متفاوتی از ریاضی محض و کاربردی را در بر می‌گیرد. مسأله‌های جایزه‌دار هزاره عبارت است از:

۱– P در برابر NP (P versus NP) (نظریه محاسبه)
۲– انگاره هاج (Hodge conjecture) (هندسه جبری)
۳– انگاره پوآنکاره (هندسه و توپولوژی) (اکنون حل شده است)
۴– فرض (گمانه) ریمان (Riemann hypothesis) (نظریه اعداد)
۵– مسأله یانگ–میلز و شکاف جرم (Mass Gap) (فیزیک نظری
۶– مسأله ناویر–استوکس (مکانیک سیالات و PDEs)
۷– انگاره B و D-S (هندسه جبری و حسابی)

اکنون مسئله‌های هزاره بسیار کوتاه توضیح داده می‌شود. امید است در مقاله‌های پی‌آیند، به تشریح این مسأله‌ها بپردازیم.

چند جمله‌ای در برابر غیرچندجمله‌ای[7]

این مسئله می‌گوید: آیا برای همه مسئله‌هایی که برای آنها الگوریتمی بتواند یک حل داده شده آن مسئله‌ها را سریع (در زمان چند جمله‌ای) بررسی کند، الگوریتمی می‌تواند آن حل را سریع بیابد؟ چون عبارت اول رده مسئله‌هایی به نام NP را توصیف می‌کند، در حالی که عبارت دوم مسئله‌های با نام P را بیان می‌کند، مسئله هم ارز است با این پرسش که آیا همه مسئله‌ها در NP در P نیز هستند؟ این مسئله در ریاضی و دانش نظری رایانه از مهم‌ترین مسئله‌هاست زیرا پاسخ آن نتیجه‌هایی ..... برای مسئله‌هایی دیگر در ریاضی، زیست شناسی، فلسفه و رمزنگاری دارد. بیشتر ریاضی دانان و دانشمندان رایانه انتظار دارند P≠NP ولی این نابرابری هنوز ثابت نشده است.

انگاره هاج

بیان جدید انگاره هاج چنین است: بر هر چندگونای افکنشی مختلط ناتکین رسته همانستگی هر چرخه هاج بر آن چندگونا ترکیبی

1. Topological K-Theory

۲. سر (Serre) دوست و همکار قدیمی او می‌گوید: گروتندیک به مدت دوازده سال، دوازده ساعت در روز، هفت روز هفته و دوازده ماه سال را ریاضی کار می‌کرد و علی رغم این همه سخت کار کردن، از ریاضی خسته نمی‌شد.

3. exotic structures
4. Quantum Mechanics
5. Clay Math. Institute
6. Millenium Prize Problems
7. Polynomial versus Non-Polynomial (P vs. NP)

خطی با ضریب‌های گویا از رده‌های همانستگی زیر چندگوناهای مختلط آن چند گونا است.

مسأله یانگ-میلز و شکاف جرم

مسئله یانگ- میلز چنین است: ثابت کنید برای هر گروه پیمانه‌ای فشرده ساده G یک نظریه کوانتومی یانگ - میلز نابدیهی بر فضای اقلیدسی چهاربعدی یافت می‌شود که دارای شکاف جرم مثبت باشد.

گفتنی است در نظریه میدان کوانتومی، شکاف جرم تفاضل انرژی بین خلا و پایین‌ترین حالت انرژی بعدی می‌باشد. انرژی خلا بنابر تعریف صفر است و فرض می‌شود همه حالت‌های انرژی می‌تواند به عنوان ذره‌هایی در موج‌های مسطح در نظر گرفته شود، شکاف جرم، جرم سبک‌ترین ذره است. نظریه کوانتومی یانگ-میلز گسترشی از نظریه ماکسول برای الکترومغناطیس است که در آن میدان کرومو- الکترومغناطیس دارای بار است.

مسأله ناویر-استوکس

وجود، همواری و ویژگی‌های جواب‌های معادله ناویر- استوکس (دستگاهی از معادله‌های دیفرانسیل پاره‌ای که حرکت یک سیال در فضا را توصیف می‌کند).

بیان دقیق مسئله: ثابت کنید یا نمونه نقض ارائه دهید که: در فضای سه بعدی و زمان، برای میدان سرعت آغازین داده شده سرعت برداری هموار و میدان عددی فشار هموار که هردو سراسرس تعریف شده‌اند یافت می‌شود که حل معادله‌های ناویر- استوکس با شرط آغازین داده شده می‌باشند.

انگاره B و D-S (هندسه جبری و حسابی)

اگر خم بیضی گون E دارای رتبه جبری r باشد آنگاه L-نگاشت L(E,s) وابسته به خم در s=۱ دارای ریشه با چندگانگی (رتبه تحلیلی) r است. L(E,s) نگاشت برخه ریخت بر صفحه اعداد مختلط است که بر حسب تعداد نقطه‌های چندگونا (خم بیضی گون) پس از فروکاهش به هنگ هر عدد اول تعریف می‌شود و حاصل ضرب اویلر نگاشت‌های زتای موضعی می‌باشد.

۶. نتیجه‌گیری

پیشینه ریاضی آغاز تمدن بشری است، هرجا تمدنی پدیدار شده است ریاضی علت و معلول آن بوده است، یعنی هم ریاضی از پایه‌های پیدایش و بالندگی آن تمدن بوده است، هم بر آن تمدن ریاضی رشد و شکوفایی یافته است. ریاضی دانشی است نظری و کاربردی که بشر پیوسته آن را می‌آفریند و با موفقیت و بسیار به کار می‌برد. ریاضی در تربیت و رشد فکری فرد و جامعه تاثیر مثبت بسیار دارد. ریاضی افزون بر کاربرد بی‌واسطه‌اش در همه زمان‌ها بویژه اکنون، موتور محرکه بلکه قلب تپنده برای دیگر دانش‌ها بوده و می‌باشد. به بیان جامع ریاضی پایه استوار و بخش سترگ تمدن بزرگ و بلند بشری است.

منابع

1. J. Carlson, A. Ja_e, A. Wiles, The Millennium Prize Problems, Clay Math. Inst.
2. R. Cooke, *The History of Math. A Brief Course*, 2nd ed., 2011.
3. M. Gagarin, Ancient Greece and Rome, The Oxford Encyclopedia, Oxford univ. Press, 2010.
4. B. Grechuk, Landscape of 21st Century Math., Springer, 2021.
5. D. Hilbert, *the foundations of Geometry*, translated by E. J. Townsend, credited by J.
6. Hutchinson,., Revised by R. Tonsing, 2005, Project Gutenberg.
7. V.J. Katz, ed. *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: A Sourcebook*.
8. Princeton University Press, 2007.
9. J. Mark, D. Ancient Persia, World History Encyclopedia, 2019.
10. D. Mackenzie, L. Sloman, What is Happening in the Mathematical Sciences, vol. 13, AMS,2024.
11. V.R. Remmert, , M.R. Schneider, and H.K. S_rensen, eds. *Historiography of Mathematics in the 19th and 20th Centuries*. Springer International Publishing, 2016.
12. A.H. Siddiqi et al. (editors), *Math. Science and Technology*, World Scientific, 2011.
13. H.R. Turner, *Science in Medieval Islam*, University of Texas Press, 1997.
14. N. Yelland, Math. for the 21st Century, Cambridge University Press, 2014.