

نقش تاریخ ریاضیات در آموزش ریاضی

محمد قاسم وحیدی اصل
گروه آمار، دانشگاه شهید بهشتی
m-vahidi@sbu.ac.ir

نامه علوم پایه شماره ۱۵، بهار و تابستان ۱۴۰۴

چکیده

این مقاله به بررسی جایگاه تاریخ ریاضیات در آموزش ریاضی می‌پردازد و استدلال می‌کند که تاریخ، نه به عنوان یک عنصر زینتی روایی، بلکه به منزله چارچوبی معرفت‌شناختی و آموزشی، نقشی بنیادین در تعمیق فهم مفهومی، تقویت انگیزش و ارتقای کیفیت تربیت معلم ایفا می‌کند. مقاله با تکیه بر نوشتگان پژوهشی معاصر در حوزه تاریخ و آموزش ریاضیات (HPM) و تحلیل کتاب «آشنایی با تاریخ ریاضیات» هاورد ایوز، نشان می‌دهد که ادغام سنجیده تاریخ در آموزش می‌تواند سازمان‌دهی مفهومی درس را بهبود بخشد و تصویری انسانی‌تر و پویاتر از ریاضیات را ارائه دهد.

واژگان کلیدی: تاریخ ریاضیات، آموزش ریاضی، تربیت معلم، روش ژنتیکی، HPM

۱. مقدمه

یکی از بنیادی‌ترین کارکردهای تاریخ علم، آشکار کردن ماهیت واقعی معرفت علمی است. علم - و ریاضیات به طور خاص - در روایت‌های درسی و رسمی اغلب به صورت مجموعه‌ای از گزاره‌های قطعی، بی‌زمان، و بی‌مناقشه عرضه می‌شود؛ حال آنکه تاریخ نشان می‌دهد دانش علمی حاصل فرایندهایی پیچیده، تدریجی، خطاپذیر، و مناقشه‌آمیز است.

در تاریخ ریاضیات، مفاهیمی که امروز بدیهی می‌نمایند (مانند عدد منفی، صفر، بی‌نهایت، تابع، یا برهان صوری) قرن‌ها محل تردید، مناقشه، و حتی طرد بوده‌اند. این آگاهی، نه برای کاربرد آموزشی، بلکه برای درک فلسفی چرایی ریاضیات، اهمیتی اساسی دارد. به عقیده لاکاتوش (۱۹۷۶، ص. ۵) «رشد ریاضیات از طریق افزایش یکنواخت قضیه‌ها نبوده، بلکه از طریق بهبود حدس‌ها به کمک گمانه‌زنی و نقد، با منطق اثبات و ابطال، است.» لاکاتوش هرچند مستقیماً به درس تاریخ ریاضیات نمی‌پردازد، اما تحول تاریخی مفاهیم ریاضی را به مثابه ابزار آموزشی تفسیر می‌کند و در پژوهش‌های آموزش ریاضیات، اغلب در پیوند با استعاره‌های بازپیدایی مورد بحث قرار می‌دهد.

تاریخ ریاضیات با این تصور رایج مقابله می‌کند که ریاضیات دانشی صرفاً کشف‌شدنی، فراتاریخی، و مستقل از فرهنگ است. بررسی تطور مفاهیم ریاضی در تمدن‌های مختلف (بابلی، یونانی، هندی، دوره اسلامی، اروپایی) نشان می‌دهد که ریاضیات در بسترهای زبانی، نمادین، فلسفی، و اجتماعی خاص شکل گرفته است. این امر

نه به منزله نسبی‌گرایی، بلکه به معنای تاریخی‌بودن صورت‌بندی‌ها و مسیرهای اندیشه ریاضی است. تاریخ ریاضیات نشان می‌دهد که حتی صوری‌ترین شاخه‌های آن نیز از زمینه‌های تاریخی و فرهنگی جدا نیستند. (گری، ۲۰۰۸).

تاریخ ریاضیات صرفاً زیرمجموعه‌ای از تاریخ علم یا فلسفه علم نیست، بلکه شاخه‌ای مستقل از تاریخ اندیشه انسانی است. ریاضیات در بسیاری از دوره‌ها نقشی محوری در شکل‌گیری جهان‌بینی‌ها، تصور از عقل، یقین، برهان، و حتی الاهیات ایفا کرده است. تاریخ ریاضیات نشان می‌دهد که پیشرفت علمی همواره تدریجی و انباشتی نبوده، بلکه اغلب با گسست‌های مفهومی، انقلاب‌ها و بازتعریف‌های بنیادین همراه بوده است (برای مثال: ظهور حساب دیفرانسیل، هندسه‌های ناقلیدسی، نظریه مجموعه‌ها).

تاریخ ریاضیات فی‌نفسه ابزاری نیرومند برای نقد روایت‌های ساده‌انگارانه از «پیشرفت خطی علم» است. بسیاری از ایده‌ها در تاریخ ریاضیات بارها فراموش شده، کنار گذاشته شده، یا تنها در بسترهای خاصی معنا یافته‌اند. بدون تاریخ، ریاضیات به روایتی پیروزمندانه و تقلیل‌یافته بدل می‌شود؛ تاریخ، پیچیدگی، شکست، و مسیرهای بدیل را آشکار می‌کند.

در نهایت، تاریخ ریاضیات دارای ارزش ذاتی فرهنگی است. همان‌گونه که تاریخ هنر یا تاریخ فلسفه را نه صرفاً برای کاربرد، بلکه برای فهم میراث انسانی مطالعه می‌کنیم، تاریخ ریاضیات نیز بخشی از سرمایه نمادین و فکری تمدن بشری است. نادیده گرفتن تاریخ ریاضیات، به معنای حذف یکی از عمیق‌ترین صورت‌های

کنش عقلانی انسان از روایت تاریخ فرهنگ است.

به طور خلاصه، می‌توان سودمندی‌های زیر را برای تاریخ ریاضیات -از یک دیدگاه عام- برشمرد:

- روشن کردن ماهیت معرفت علمی و ریاضی،
- نشان دادن تاریخی بودن صورت‌های عقلانیت،
- فهم عمیق‌تر خلاقیت و تحول اندیشه،
- نقد روایت‌های ساده‌انگارانه از پیشرفت،
- حفظ و تفسیر میراث عقلانی بشر.

از این رو، مطالعه تاریخ ریاضیات، افزون بر ارزش ذاتی و معرفتی آن، جایگاهی مهم در حوزه آموزش ریاضی دارد. تاریخ ریاضیات با نمایاندن روند شکل‌گیری مفاهیم و منطق درونی آنها، بستری مناسب برای آموزش فراهم می‌آورد و امکان می‌دهد ریاضیات نه به صورت مجموعه‌ای ایستا از نتایج نهایی، بلکه به مثابه دانشی انسانی، تاریخی، و در حال تکوین فهم شود. از همین رو، در این نوشتار، به بهره‌گیری از تاریخ، عمدتاً در آموزش ریاضیات، پرداخته خواهد شد. برای این منظور در بخش ۲ی مقاله، مروری کوتاه بر دیدگاه‌های متخصصان و برخی نهادهای حوزه آموزش به عمل خواهد آمد. در بخش سوم (به دلایلی که ذکر خواهد شد)، تمرکز بحث بر مروری بر ویژگی‌های کتاب *آشنایی با تاریخ ریاضیات* نوشته ایوز (۱۳۹۰ و ۱۴۰۲) معطوف خواهد شد. بخش ۴ به نتیجه‌گیری خواهد پرداخت.

۲- آموزش ریاضی حول محور تاریخ آن

استعاره زیست‌شناختی «تکوین فردی، بازگوی تکوین تبار است»^۱ گاهی در بحث‌های مربوط به آموزش ریاضی به کار گرفته شده است تا چنین وانمود شود که روند یادگیری فردی دانش‌آموز و دانشجو هم‌راستا با مسیر تاریخی شکل‌گیری ایده‌های ریاضی یا قابل توضیح به کمک آن است. بر اساس این دیدگاه، تحول مفهومی در ذهن یادگیرنده الزاماً امری تصادفی یا صرفاً روان‌شناختی نبوده، بلکه می‌توان آن را در پرتو تاریخ اندیشه ریاضی فهم کرد. در اهمیت این گفته همین بس که یکی از نخستین اسناد کمیسیون بین‌المللی آموزش ریاضیات^۲ (آی‌سی‌ای‌ام^۳) ضمن بررسی استفاده از تاریخ در کمک به دانش‌آموزان و معلمان برای درک «گسست‌های معرفت‌شناختی» در تکوین مفاهیم می‌پردازد و به صراحت به این ایده اشاره می‌کند که «تکوین فردی بازگوی تکوین تبار است».

بحثی از این استعاره در بافتار آموزش ریاضیات در پژوهش‌های آلمانی و ایتالیایی درباره آموزش ریاضیات، از جمله در آثار کلاین

(۱۹۰۸) و توپلیتس (۱۹۲۷) هم دیده می‌شود. آنها نیز متأثر از ایده‌ای مشابه بودند با این مضمون که یادگیرندگان، زمانی فهم عمیق‌تری به دست می‌آورند که شاهد توسعه تدریجی مفاهیم ریاضی در بستر تاریخی باشند؛ نه اینکه صرفاً با نتایج نهایی و صیقل‌یافته آن‌ها مواجه شوند. روش ژنتیکی (توپلیتس، ۱۹۶۴) به طور صریح از تحول تاریخی مفاهیم به عنوان یک تأمل آموزشی^۴ برای افزایش انگیزش و شفافیت مفهومی استفاده می‌کند و آن را با ارائه‌های صرفاً اصل‌موضوعی یا ایستا از ریاضیات مقایسه می‌کند. (فرید و یانکه، ۲۰۱۵).

در پژوهش‌هایی که در دانشگاه صنعتی چالمرز انجام شده است، بحثی آموزشی مطرح می‌شود که نشان می‌دهد اصل «بازگویی» چگونه بر دیدگاه‌های اوایل قرن بیستم در امر آموزش ریاضیات اثر گذاشته است. (پیلاره و براتینگ، ۲۰۱۵). در این چارچوب، این ایده که تکامل مفاهیم نزد افراد، بازتابی از تکامل تاریخی آن مفاهیم است، بخشی از تفکر دانشمندانی مانند پوانکاره و کلاین به آموزش را تشکیل می‌دهد. درواقع می‌توان گفت که هدف این روش، حفظ انگیزه و جنبه مفهومی است، نه صرفاً انتقال ساختارهای صوری و انتزاعی.

در تأکید بر این مطلب، می‌توان گفت که یک حوزه پژوهشی مقبول (که معمولاً با عنوان «تاریخ و آموزش ریاضیات»^۵ یا *اچ‌پی‌ام*^۶ از آن یاد می‌شود)، به بررسی این موضوع می‌پردازد که چگونه ادغام مطالب تاریخی، بر درک، انگیزش، و تهیه درس^۷ معلم تأثیر می‌گذارد. پژوهش‌های حوزه *اچ‌پی‌ام* نشان داده‌اند که وارد کردن روایت‌های تاریخی و منابع دست‌اول در آموزش ریاضیات، انگیزش، بینش مفهومی، و تأمل آموزشی دانش‌آموزان و معلمان آینده را تقویت می‌کند.

نمونه‌هایی از این پژوهش‌ها به شرح زیرند:

- یک مقاله مروری منتشر شده در مجله *زِدِدی‌ام-آموزش ریاضیات* (کورلای و همکاران، ۲۰۲۲)، شرحی از پژوهش‌های مربوط به نقش تاریخ در یاددهی و یادگیری ریاضیات را ارائه می‌کند. این مقاله به‌ویژه نشان می‌دهد که، از اواخر قرن نوزدهم، چگونه تاریخ به عنوان ابزاری برای کمک به دانش‌آموزان در درک ریاضیات - به مثابه فعالیتی انسانی، پویا و در حال تحول، و نه مجموعه‌ای از حقیقت‌های ایستا و ازهم‌گسسته- مورد توصیه قرار گرفته است. این مقاله، همچنین مروری جامع بر رشد و بلوغ پژوهش‌ها درباره رابطه تاریخ ریاضیات و آموزش ریاضیات در حدود چهار دهه گذشته ارائه می‌دهد. نویسندگان این جریان پژوهشی را در چارچوب آنچه دیدگاه *اچ‌پی‌ام* را به عنوان حوزه‌ای میان‌رشته‌ای در محل تلاقی

1. Ontogeny Recapitulates Phylogeny
2. International Commission on Mathematical Instruction
3. ICMI
4. didactic

5. History and Pedagogy of Mathematics
6. HPM
7. preparation

می‌خواهد نشان دهد که ریاضیات به‌منزله دانشی زنده است که ایده‌های آن در طول زمان پدید می‌آیند، با دشواری‌هایی مواجه می‌شوند و به‌تدریج قوام می‌یابند. همین جهت‌گیری است که کتاب را به‌طور خاص برای تدریس و برای آماده‌سازی معلمان آینده ریاضیات مناسب می‌سازد.

۳-۱ تاریخ به مثابه ابزار آموزشی^۱ نه زینت حاشیه‌ای

یکی از مهم‌ترین نقاط قوت آموزشی کتاب آشنایی با تاریخ ریاضیات ایوز آن است که تاریخ در آن صرفاً نقش غنابخشی حاشیه‌ای یا مکمل روایی ندارد؛ بلکه تاریخ در این کتاب به مثابه چارچوبی برای تأمل آموزشی برای فهم مفاهیم ریاضی به کار گرفته شده است. مفاهیم ریاضی غالباً به شیوه‌ای معرفی می‌شوند که یادآور مسیر تاریخی شکل‌گیری آن‌هاست؛ آغاز از مسائل عینی، روش‌های ابتدایی یا پاسخ‌های ناقص، و سپس پیش‌روی تدریجی به سوی صورت‌بندی‌های انتزاعی‌تر و نظام‌مندتر.

از منظر آموزش ریاضیات، این رویکرد با دیدگاه‌های ساخت‌گرا^۲ در یادگیری هم‌خوانی دارد و نیز -به‌صراحت یا به‌طورضمنی- با این ایده که در نوشتگان آموزش ریاضیات دیده می‌شود یعنی اینکه: فهم عمیق‌تر متعلمان، زمانی حاصل می‌شود که مسیر یادگیری آنان شباهتی ساختاری با مسیر تاریخی تکوین مفاهیم داشته باشد. از این حیث، کتاب ایوز ساختاری آماده در اختیار آن دسته از معلمان قرار می‌دهد که تاریخ را نه به عنوان امری زینتی، بلکه به مثابه ابزاری برای سازمان‌دهی شناختی یادگیری^۳ به کار گیرند.

۳-۲ تأکید بر «ریاضیات واقعی» و درک مفهومی

برخلاف بسیاری از بررسی‌های تاریخی که از ورود به محتوای فنی پرهیز می‌کنند، ایوز استدلال‌های ریاضی، محاسبات، برهان‌ها، و مسائل واقعی را منظم‌اً در متن کتاب گنجانده است. این ویژگی از لحاظ آموزشی بسیار مهم است. در این کتاب، ریاضیات به شرح حال دانشمندان یا گاه‌شناسی وقایع فروکاسته نمی‌شود؛ بلکه ایده‌های ریاضی به عنوان موضوعاتی برای درک، کاوشگری، و کار فعال با آنها ارائه می‌شوند. این نکته برای معلمان آینده، اهمیت ویژه‌ای دارد. مدل ارائه مطلب توسط ایوز به طور ضمنی به این گونه است که چگونه می‌توان مطالب تاریخی را در آموزش گنجانده بی‌آنکه از دقت کاسته شود. در این کتاب، دانشجویان در دوره تعلیم خود، نمونه‌هایی می‌بینند از اینکه چگونه می‌توان:

- جبر را از رهگذر مسائل تاریخی معرفی کرد،
- دستگاه‌های عددی را از منظر ضرورت‌های تاریخی آن‌ها توضیح داد،
- هندسه را از ریشه‌های کلاسیک آن آغاز کرد،

ریاضیات، تاریخ، و آموزش که از مرحله‌ای اکتشافی عبور کرده و به حوزه‌ای با بنیان‌های نظری و تجربی استوارتر تبدیل شده است، صورت‌بندی می‌کنند.

• کتاب ریاضیات، آموزش و تاریخ: به سوی شراکتی هماهنگ (کلارک و همکاران، ۲۰۲۲) شامل چندین مقاله درباره این موضوع است که چگونه می‌توان مضامین تاریخی را در طراحی درس‌ها گنجانده و به طور تجربی آن‌ها را مورد بررسی قرار داد.

• یک مطالعه تجربی در مجله علوم آموزشی (کارالامبوس و همکاران، ۲۰۰۹) به واری این موضوع پرداخته است که مداخلات آموزشی مبتنی بر تاریخ ریاضیات چگونه بر نگرش‌ها و باورهای دانشجویانی که در آینده معلم ریاضی می‌شوند، اثر می‌گذارد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که قرار گرفتن در معرض چنین زمینه‌های تاریخی، دیدگاه معلمان آینده را به سوی درک ریاضیات به عنوان دانشی انسانی‌تر و وابسته به فرهنگ سوق می‌دهد و استدلال می‌کند که تاریخ به خودتنظیمی و پایداری شناختی - دو مؤلفه مهم انگیزش و فهم - کمک می‌کند.

• برخی اسناد کمیسیون بین‌المللی آموزش ریاضیات و پژوهش‌های وابسته استدلال می‌کنند که تاریخ ریاضیات باید در آموزش معلمان منظور شود، زیرا این امر به فهم عمیق‌تر موضوع و افزایش اشتیاق حرفه‌ای می‌انجامد و در نهایت کیفیت تدریس در کلاس درس را بهبود می‌بخشد. (اتحادیه بین‌المللی ریاضی). (فائوول و مانن، ۲۰۰۰).

• الگوهای بنیادین آموزشی، مانند روش ژنتیکی، به طور صریح تحول تاریخی را در فرایند آموزش ادغام می‌کنند تا به جای صورت‌گرایی صرف، فهم و درگیری فعال یادگیرنده را ارتقا دهند. (توپلیتس، ۱۹۶۳).

• پژوهش‌های تربیت معلم نشان می‌دهند که آشنایی با تاریخ ریاضیات، باورهای حرفه‌ای و راهبردهای آموزشی معلمان را بهبود می‌بخشد، به‌ویژه از طریق برجسته کردن ابعاد انسانی و فرهنگی ریاضیات. (کارالامبوس و همکاران، ۲۰۰۹).

۳- کتاب آشنایی با تاریخ ریاضیات و اهمیت آموزشی و تربیتی آن در آموزش ریاضیات

کتاب آشنایی با تاریخ ریاضیات نوشته هاورد و. ایوز، جایگاهی متمایز و اثرگذار در میان آثار مربوط به تاریخ ریاضیات، به‌ویژه از منظر کاربرد آموزشی دارد. برخلاف بسیاری از کتاب‌ها که تاریخ ریاضیات را عمدتاً به مثابه تاریخ فرهنگی یا فکری بررسی می‌کنند، ایوز آگاهانه این موضوع را از درون آموزش ریاضیات می‌نگرد. هدف او صرفاً گزارش رویدادهای تاریخی نبوده، بلکه

• و مفاهیم مدرن را با ارجاع به صورت‌بندی‌های پیشین آن‌ها معنا بخشید.

از این منظر، کتاب ایوز خود به‌منزله الگویی آموزشی^۱ عمل می‌کند و نشان می‌دهد چگونه مطالب تاریخی را می‌توان به‌طور معنادار در تاروپود آموزش جدی ریاضیات گنجانده.

۳-۳ مطالعه‌های مسئله‌ای و درگیرسازی فعال یادگیرندگان

یکی از ویژگی‌های شاخص کتاب ایوز، وجود بخش‌های «مطالعه مسئله‌ای» و موضوعاتی برای مقاله‌نویسی در پایان فصل‌هاست. این موارد، صرفاً برای سؤال‌هایی برای درک بهتر مطلب نیستند، بلکه دانشجویان را به کارهایی چون:

• بازسازی استدلال‌های تاریخی،

• مقایسه روش‌های ریاضی در دوره‌های مختلف،

• تأمل در تغییرات مفهومی،

• و مواجهه مستقیم با ریاضیات در اشکال تاریخی آن، دعوت می‌کنند.

از دیدگاه آموزش ریاضیات، این امر نقطه قوت مهمی است؛ زیرا این تکالیف، یادگیری فعال، تفکر تاریخی، و فهم ریاضی را به‌طور هم‌زمان تقویت می‌کنند. برای آموزش معلمان نیز این بخش‌ها نمونه‌هایی عینی از طراحی فعالیت‌های کلاسی هستند که تاریخ را به شکلی جدی و ثمربخش وارد تدریس می‌کنند.

۳-۴ روایت‌پذیری و قابلیت استفاده در کلاس درس

سبک نگارش ایوز عموماً روایی، روشن، و جذاب است. او از حکایت‌ها، شرح‌حال‌های کوتاه و داستان‌پاره‌های تاریخی فراوان بهره می‌برد. اگرچه این عناصر خواندن کتاب را دل‌نشین می‌کنند، ارزش آموزشی ژرف‌تر آنها در کارکرد انگیزه‌بخشی آنهاست.

برای معلمان آینده، کتاب ایوز نشان می‌دهد که روایت تاریخی چگونه می‌تواند:

• ریاضیات را انسانی‌تر جلوه دهد،

• با طرح این مطلب که بزرگ‌ترین ریاضیدانان نیز دشواری‌هایی در درک و درافتادن با مسائل ریاضی داشته‌اند، اضطراب یادگیرندگان را در تعامل با ریاضیات، کاهش دهد،

• با این تصور که ریاضیات دانشی تمام‌شده، بی‌نیاز از تکمیل کردن، و بی‌خطاست، مقابله کند،

• کنجکاوی فکری یادگیرنده را برانگیزد.

همین ویژگی روایی است که کتاب را برای برنامه‌های تربیت معلم بسیار کارآمد می‌سازد؛ جایی که هدف تنها انتقال محتوا نیست،

بلکه پرورش تخیل آموزشی نیز مدنظر است.

۳-۵ مناسب‌بودن برای تربیت معلم

در مجموع، می‌توان کتاب *آشنایی با تاریخ ریاضیات* ایوز را پلی میان ریاضیات، تاریخ، و آموزش دانست. این کتاب معلمان آینده را با موارد زیر تجهیز می‌کند:

• توضیح‌هایی با مبانی تاریخی برای مفاهیم،

• مثال‌هایی از اینکه ایده‌های ریاضی چگونه بر اثر ارتکاب خطا، بازنگری، و مباحثات، تطور می‌یابند،

• راهبردهایی ملموس برای ادغام تاریخ در امر تدریس.

نکته مهم آن است که ایوز این هدف را بدون نیاز به آموزش تخصصی در تاریخ‌نگاری دنبال می‌کند. کتاب، به دست یک ریاضیدان و برای دانشجویان و معلمان ریاضی نوشته شده است؛ و همین امر، علت ماندگاری و محبوبیت آن در برنامه‌های آموزش ریاضیات است.

۳-۶ محدودیت‌ها و استلزامات آموزشی آن‌ها

شایان ذکر است که ایوز اغلب ریاضیات تاریخی را با نمادگذاری و تفسیرهای مدرن ارائه می‌کند که از دیدگاه تاریخ‌نگاری سخت‌گیرانه، این امر ممکن است به عنوان یک محدودیت تلقی شود. با این حال، از دیدگاه آموزشی، این انتخاب مسلماً عمدی و از نظر آموزشی توجیه‌پذیر است؛ این امر باعث می‌شود که مطالب تاریخی در کلاس درس، به‌ویژه برای مقاطع متوسطه و سال‌های اول دوره کارشناسی، در دسترس و قابل استفاده باقی بمانند.

در چارچوب رویکردهای مبتنی بر تاریخ در آموزش ریاضیات، کتاب *آشنایی با تاریخ ریاضیات* ایوز یکی از موفق‌ترین و اثرگذارترین آثار از حیث کاربرد آموزشی است. پیوند سنجیده میان تحول تاریخی مفاهیم، محتوای واقعی ریاضی، فعالیت‌های مسئله‌محور و روایت جذاب، این کتاب را به منبعی بسیار مناسب برای آموزش و تربیت معلمان ریاضیات بدل کرده است.

۳-۷ ایوز و فلیکس کلاین: تاریخ به مثابه راهنمای سازمان‌دهی آموزشی

فلیکس کلاین (۱۹۰۸)، در اثر کلاسیک خود، *ریاضیات ابتدایی از دیدگاهی پیشرفته* بر این نکته تأکید می‌کند که آموزش ریاضیات باید بازتابی معنادار از تکوین تاریخی و منطقی مفاهیم ریاضی باشد و نه صرفاً بازنویسی صورت‌بندی‌های نهایی. تاریخ از دیدگاه کلاین، ابزار تشخیص «مسیرهای طبیعی فهم» است؛ مسیرهایی که می‌توانند سازمان‌دهی محتوای درسی را هدایت کنند.

1. pedagogical exemplar

2. episode

کتاب ایوز را می‌توان تحقق عملی این دیدگاه دانست. نحوه ترتیب‌بندی فصل‌ها، معرفی تدریجی مفاهیم، و حرکت از مسائل تاریخی به صورت‌بندی‌های نظام‌مندتر، همگی نشان می‌دهند که تاریخ در این اثر نقش اصل سازمان‌دهنده آموزشی دارد، نه صرفاً نقش روایی یا تزئینی. از این حیث، کتاب ایوز را می‌توان مفسری آموزشی برای اندیشه‌های کلاین دانست، بی‌آنکه مستقیماً وارد مباحث نظری او شود.

۳-۸/ ایوز و توپلیتس: روش ژنتیکی در آموزش ریاضیات

همان‌گونه که در بالا گفتیم، توپلیتس در اثر بنیادین خود حساب دیفرانسیل و انتگرال: رویکردی ژنتیکی (۱۹۲۷، ۱۹۶۳) از روشی دفاع می‌کند که در آن مفاهیم ریاضی از مسیر تاریخی زایش خود بازسازی می‌شوند. توپلیتس معتقد است که فهم واقعی تنها زمانی حاصل می‌شود که یادگیرنده، مراحل تدریجی شکل‌گیری مفاهیم را «به صورتی بازسازی‌شده»، تجربه کند.

این رویکرد در کتاب ایوز به صورت ضمنی اما نظام‌مند حضور دارد. بسیاری از مفاهیم ابتدا در قالب‌های تاریخی ناقص، شهودی، یا پیش‌اصوری عرضه می‌شوند و سپس به بیان‌های دقیق‌تر و مدرن می‌رسند. از این منظر، کتاب آشنایی با تاریخ ریاضیات ایوز را می‌توان نمونه‌ای موفق از کاربست آموزشی روش ژنتیکی در سطح آموزش دانشگاهی و تربیت معلم دانست.

۳-۹/ ایوز و هانس فرویدنتال: ریاضیات به مثابه فعالیت انسانی

هانس فرویدنتال با طرح ایده «ریاضیات به مثابه فعالیت انسانی»^۱ و مفهوم «بازاختراع هدایت‌شده»^۲، تاریخ را عنصری کلیدی در طراحی مسیرهای یادگیری می‌داند (فرویدنتال، ۱۹۷۳). از دید او، تاریخ نه برای بازگویی دقیق گذشته، بلکه برای ایجاد موقعیت‌هایی به کار می‌آید که در آن یادگیرندگان بتوانند مفاهیم را به صورتی فعالانه و معنادار بازسازی کنند.

مسائل تاریخی، مطالعات مسئله‌محور، و تأکید ایوز بر خاستگاه‌های واقعی مفاهیم، دقیقاً چنین بسترهایی را فراهم می‌آورد. در کتاب ایوز، تاریخ به منبعی برای کنش ریاضی بدل می‌شود، نه صرفاً دانشی توصیفی؛ امری که کاملاً با رویکرد فرویدنتال هم‌خوان است.

۳-۱۰/ ایوز و ویکتور کاتز: تاریخ در خدمت آموزش ریاضیات

ویکتور کاتز، به عنوان یکی از مهم‌ترین نظریه‌پردازان معاصر در پیوند تاریخ و آموزش ریاضیات، به صراحت بر این نکته تأکید می‌کند که تاریخ باید در خدمت فهم مفهومی، انسجام آموزشی، و تربیت معلم قرار گیرد (کاتز، ۱۹۹۳؛ کاتز و میخالوویچ، ۲۰۰۵). در

آثار او، تاریخ ابزار آموزشی است، نه هدفی مستقل.

در این چارچوب، می‌توان کتاب ایوز را نمونه‌ای پیشگام و عملی از همان رویکردی دانست که کاتز بعدها آن را به صورت نظری و پژوهشی صورت‌بندی می‌کند. ایوز نشان می‌دهد که چگونه تاریخ می‌تواند در قالب یک متن آموزشی، به‌طور مستقیم در خدمت یادگیری قرار گیرد.

۴ - جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

این نوشتار با تأکید بر این نکته آغاز شد که تاریخ ریاضیات، فراتر از مجموعه‌ای از رویدادها، آینه‌ای تمام‌نما از چیستی و چگونگی تحول معرفت ریاضی است. در بخش‌های نخست، استدلال شد که رویارویی با تاریخ، تصویر رایج و رایج‌شده از ریاضیات به عنوان دانشی ایستا، قطعی، و فراتاریخی را به چالش می‌کشد و از رهگذر این مواجهه، وجوهی بنیادین از این علم را آشکار می‌سازد.

تاریخ، ماهیت پویا و خطاپذیر معرفت ریاضی را عیان می‌کند، جدال‌های دیرپا بر سر مفاهیمی که امروز بدیهی می‌نمایند (مانند صفر یا اعداد منفی)، بر ملا می‌کند؛ تاریخ نشان می‌دهد که ریاضیات نه از انباشت خطی حقایق، که از طریق پرسش‌گری، نقد و حتی خطا بالیده است. این دیدگاه که در چارچوب‌های نظری لاکاتوش نیز بازتاب یافته، به‌خوبی گویای این پویایی است.

تاریخ، ابعاد انسانی و فرهنگی ریاضیات را برجسته می‌کند: تتبع در مسیر رشد ریاضیات در تمدن‌های گوناگون، نشان‌دهنده تأثیرپذیری این دانش از بسترهای زبانی، فلسفی، و اجتماعی است. این آگاهی، بدون افتادن در دام نسبی‌گرایی، به تاریخی‌بودن صورت‌بندی‌ها و مسیرهای اندیشه ریاضی اذعان دارد و ریاضیات را از انزوای فرهنگی‌اش خارج می‌کند.

تاریخ، نقشی بنیادین در نقد روایت‌های ساده‌انگارانه و حفظ میراث عقلانی بشر دارد: تاریخ، به مثابه روایتی جایگزین، از مسیرهای ناپیموده، ایده‌های فراموش‌شده و شکست‌هایی می‌گوید که در کامیابی نهایی علم نادیده گرفته می‌شوند. این روایت، به‌جای تحویل ریاضیات به گزاره‌های نهایی، آن را به مثابه کنشی عقلانی، عمیقاً انسانی و بخشی جدایی‌ناپذیر از میراث فکری تمدن بشری معرفی می‌کند.

این ارزش‌های معرفتی و فرهنگی، زمینه‌ساز نقشی بی‌بدیل برای تاریخ در آموزش ریاضیات است. مرور دیدگاه‌های صاحب‌نظران و مستندات بین‌المللی در بخش دوم، نشان داد که پیوند تاریخ و آموزش ریاضی، یک حوزه پژوهشی بالنده به نام «اچ‌پی‌ام» را شکل داده است. ایده‌هایی چون «بازگویی»، «روش ژنتیکی» توپلیتس، و «ریاضیات به مثابه فعالیت انسانی» فرویدنتال، همگی

از منظر کاتز: کتاب ایوز، اثری پیشگام در به‌کارگیری تاریخ «در خدمت آموزش» است و نشان می‌دهد که چگونه می‌توان تاریخ را بدون نیاز به تخصص تاریخ‌نگاری، در قالب متنی آموزشی برای معلمان و دانشجویان طراحی کرد.

بنابراین، اهمیت کتاب فراتر از محتوای تاریخی صرف آن است. این کتاب با تلفیق سنجیده و آگاهانه تحول تاریخی مفاهیم با آموزش منظم ریاضی، الگویی عملی برای تحقق ایده‌هایی است که نظریه‌پردازان این حوزه بر آن تأکید داشته‌اند. کتاب ایوز نشان می‌دهد که تاریخ، هنگامی که به‌درستی به کار گرفته شود، می‌تواند از حاشیه‌ای تزیینی، به عنصری ساختاری و بنیادین در آموزش ریاضیات و تربیت معلمان تبدیل شود و تصویری زنده، پویا، انسانی، و فرهنگی از این علم را در ذهن یادگیرندگان و مدرسان آن ترسیم کند.

درنهایت، می‌توان جایگاه آشنایی با تاریخ ریاضیات ایوز را چنین صورت‌بندی کرد: این اثر در تقاطع سنت کلاسیک سازمان‌دهی مفهومی، روش ژنتیکی توپلیتس، نگاه انسان‌محور فرویدنتال، و رویکرد آموزشی کاتز قرار می‌گیرد. اهمیت کتاب نه در نوآوری نظری، بلکه در تحقق عملی این دیدگاه‌ها در قالب متنی آموزشی و قابل‌استفاده برای معلمان است.

از این رو، کتاب ایوز شاهدهی قوی بر این مدعاست که تاریخ، هنگامی که به‌درستی و آگاهانه به کار گرفته شود، می‌تواند نقشی بنیادین در آموزش ریاضیات و تربیت معلم ایفا کند.

در این باور مشترک‌اند که تاریخ می‌تواند مسیر طبیعی فهم را برای یادگیرنده بازآفرینی کند، انگیزش او را افزایش دهد و تصویری ژرف‌تر و به‌هم‌پیوسته‌تر از مفاهیم ارائه دهد. پژوهش‌های متعدد، تأثیر این رویکرد را بر باورها، نگرش‌ها، و آمادگی حرفه‌ای معلمان آینده تأیید کرده‌اند.

در چنین چشم‌اندازی، کتاب *آشنایی با تاریخ ریاضیات ایوز* صرفاً یک منبع تاریخی نیست، بلکه پاسخی عملی و ملموس به این دغدغه‌های نظری است. تحلیل این کتاب در بخش سوم، نشان داد که اثر ایوز را می‌توان نقطه‌ی تلاقی و تجسم عینی مهم‌ترین جریان‌های فکری در این حوزه دانست:

از منظر کلاین: کتاب ایوز، «سازمان‌دهی مفهومی» محتوای ریاضی را بر مبنای سیر تاریخی آن به دست می‌دهد و عملاً نشان می‌دهد که چگونه می‌توان از تاریخ برای تشخیص و هموار کردن «مسیرهای طبیعی فهم» بهره جست.

از منظر توپلیتس: این اثر، نمونه‌ای موفق از کاربرست «روش ژنتیکی» در سطحی گسترده است، جایی که مفاهیم در بستر تاریخی تکوین خود بازسازی و ارائه می‌شوند تا یادگیرنده، فرایند پویای شکل‌گیری آن‌ها را تجربه کند.

از منظر فرویدنتال: ایوز با بهره‌گیری از مسائل تاریخی و خاستگاه‌های واقعی مفاهیم، زمینه‌ای را برای «بازآفرینی هدایت‌شده» فراهم می‌آورد و تاریخ را از دانشی توصیفی به منبعی برای «کنش ریاضی» بدل می‌کند.

منابع

۱. ایوز، هاورد و. *آشنایی با تاریخ ریاضیات*، جلد ۱. ترجمه محمدقاسم وحیدی اصل، ویراسته محمدهادی شفیع‌ها. چاپ چهاردهم. مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۴۰۲.
۲. ایوز، هاورد و. ه. و. *آشنایی با تاریخ ریاضیات*، جلد ۲، ترجمه محمدقاسم وحیدی اصل، ویراسته محمدهادی شفیع‌ها، چاپ پنجم. مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۹۰.
1. Charalambous, C.Y., Panaoura, A. and Philippou, G., 2009. Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), pp.161-180. doi: 10.1007/s10649-008-9170-0.
2. Chorlay, R., Clark, K.M. and Tzanakis, C., 2022. History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field. *ZDM – Mathematics Education*, 7(54), pp.1407-1420. doi: 10.1007/s11858-022-01442-7.
3. Clark, K.M., Kjeldsen, T.H., Schorcht, S. and Tzanakis, C. (eds.) (2018). *Mathematics, education and history: towards a harmonious partnership*. ICME13- Monographs. Cham: Springer.
4. Clark, K. M., T. H. Kjeldsen, S. Schorcht, and C. Tzanakis. History of Mathematics in Mathematics Education: Recent Developments in the Field. *ZDM – Mathematics Education* 54, no. 1(2022):1–. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01442-7>.
5. Fauvel, J., and J. A. van Maanen, eds. *History in Mathematics Education: The ICMI Study*. New ICMI Study Series, Vol. 6. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
6. Fried, M. N., and H. N. Jahnke. «Otto Toeplitz's 1927 Paper on the Genetic Method in the Teaching of Mathematics.» *Science in Context* 28, no. 2(2015), 285–295.. <https://doi.org/10.1017/S0269889715000034>.

7. Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
8. Furinghetti, F. Works on historical epistemology and teaching of mathematics. *Educational Studies in Mathematics / ZDM – Mathematics Education*. 51(6)(2020),967–994 .
9. Gray, J. (2008). *Plato's Ghost: The Modernist Transformation of Mathematics*. Princeton University Press.
10. Jahnke, H. (2018). *Chapters in Mathematics, Education and History— Theoretical Frameworks for Integrating History*. Springer.
11. Katz, V. J. (1993). *A history of mathematics: An introduction*. HarperCollins.
12. Katz, V. J., & Michalowicz, K. D. (2005). *Historical modules for the teaching and learning of mathematics*. Mathematical Association of America.
13. Klein, Felix. (1908). *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*. Translated by A.S.Hald. Springer.
14. Pejlar, J., and K. Bråting. On the Relations between Historical Epistemology and Students' Conceptual Developments in Mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 89, no. 2(2015) 251–265. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9600-8>.
15. Toeplitz, Otto. «Das Problem der Universitätsvorlesungen über Infinitesimalrechnung und ihrer Abgrenzung gegenüber der Infinitesimalrechnung an den höheren Schulen.» *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 36(1927), 88–99. <https://eudml.org/doc/145749>.
16. Toeplitz, O., 1949. Die Entwicklung der Infinitesimalrechnung: Eine Einleitung in die Infinitesimalrechnung nach der genetischen Methode. G. Köthe, ed. Berlin: Springer
17. Toeplitz, Otto. *The Calculus: A Genetic Approach*. Chicago: University of Chicago Press, 1963.
18. Bressoud, David, and Otto Toeplitz. «The American Mathematical Monthly.» *The American Mathematical Monthly* 71, no. 5 (May 1964). <https://doi.org/10.2307/2312634>.